

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. 두 다항식

$$A = x^2 + y^2 - 1, \quad B = 2x^2 - y^2 + 3$$

에 대하여 $A+B$ 는? [2점]

- ① $2x^2 + 1$ ② $2x^2 + 2$ ③ $3x^2 + 1$
 ④ $3x^2 + 2$ ⑤ $3x^2 + 3$

2. 복소수 $z = 3 + 2i$ 의 켈레복소수가 \bar{z} 일 때, $z - \bar{z}$ 의 값은?
 (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① i ② $2i$ ③ $3i$ ④ $4i$ ⑤ $5i$

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 $A = \{1, 2\}$ 에 대하여 $n(A^c)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 이차함수 $y = x^2 - 2x + 9$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 이차방정식 $x^2 + 2x + a = 0$ 의 두 근이 $-3, b$ 일 때,
두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0), A(3, 1)$ 에 대하여 선분 OA 를
2:1로 외분하는 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$(x+2)^3 = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

가 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.)

[3점]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

8. 좌표평면에서 직선 $y = 2x + 3$ 이

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2ay - 19 = 0$ 의 중심을 지날 때, 상수 a 의 값은?
[3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

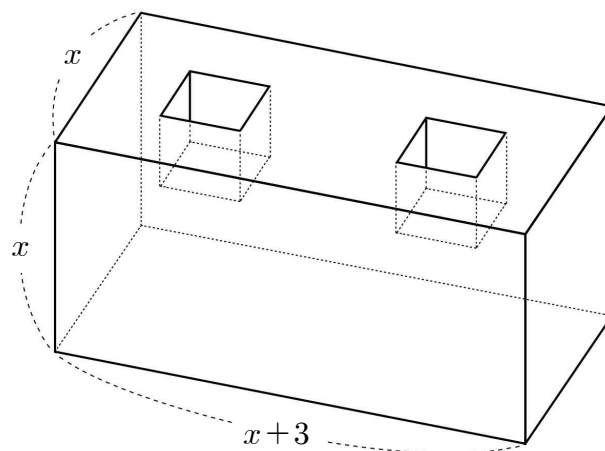
9. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x^2 - ky = -6 \end{cases}$$

이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $x, x, x+3$ 인 직육면체 모양에 한 모서리의 길이가 1인 정육면체 모양의 구멍이 두 개 있는 나무 블록이 있다. 세 정수 a, b, c 에 대하여 이 나무 블록의 부피를 $(x+a)(x^2+bx+c)$ 로 나타낼 때, $a \times b \times c$ 의 값은? (단, $x > 1$) [3점]



- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

11. 실수 a 에 대한 조건

‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 2ax + 4a - 4 \geq 0$ 이다.’

가 참인 명제가 되도록 하는 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. x 에 대한 부등식 $|x-7| \leq a+1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수가 9가 되도록 하는 자연수 a 의 값은? [3점]

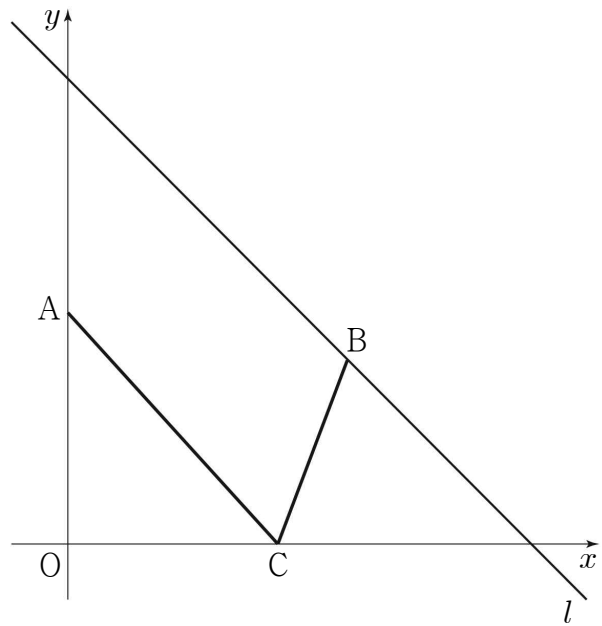
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 다항식 $f(x+3)$ 을 $(x+2)(x-1)$ 로 나눈 나머지가 $3x+8$ 일 때,
다항식 $f(x^2)$ 을 $x+2$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

14. 좌표평면 위에 점 $A(0, 1)$ 과 직선 $l : y = -x + 2$ 가 있다.
직선 l 위의 제1사분면 위의 점 $B(a, b)$ 와 x 축 위의 점 C 에
대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 값이 최소일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



15. 일차식 $f(x)$ 에 대하여 다항식 $x^3+1-f(x)$ 가 $(x+1)(x+a)^2$ 으로 인수분해될 때, $f(7)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

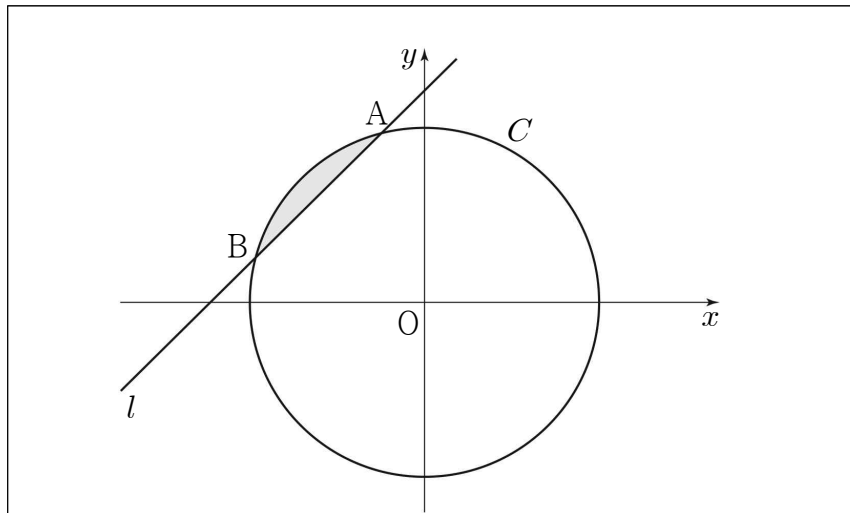
16. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 를 지나고 직선 OP 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하자.

점 $R\left(-\frac{1}{a}, 0\right)$ 에 대하여 삼각형 OQR 의 넓이의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

17. 좌표평면 위에 원 $C: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 과

직선 $l: 2x - 2y + \sqrt{6}r = 0$ 이 있다. 원 C 와 직선 l 이 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 호 AB와 선분 AB로 둘러싸인 부분 중에서 원점 O를 포함하지 않는 부분의 넓이를 $S(r)$ 라 하자. 다음은 $S(r)$ 를 구하는 과정이다.



점 O에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H라 하면 선분 OH의 길이는 점 O와 직선 l 사이의 거리이므로

$$\overline{OH} = \boxed{\text{(가)}}$$

삼각형 OAB에서 $\overline{OA} = r$ 이므로

삼각형 OAB의 넓이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

$S(r)$ 는 부채꼴 OAB의 넓이와 삼각형 OAB의 넓이의 차이므로

$$S(r) = \pi r^2 \times \left(\boxed{\text{(다)}} \right) - \boxed{\text{(나)}}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(r)$, $g(r)$ 라 하고,

(다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f\left(\frac{1}{k}\right) \times g\left(\frac{1}{k}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 57 ② 63 ③ 69 ④ 75 ⑤ 81

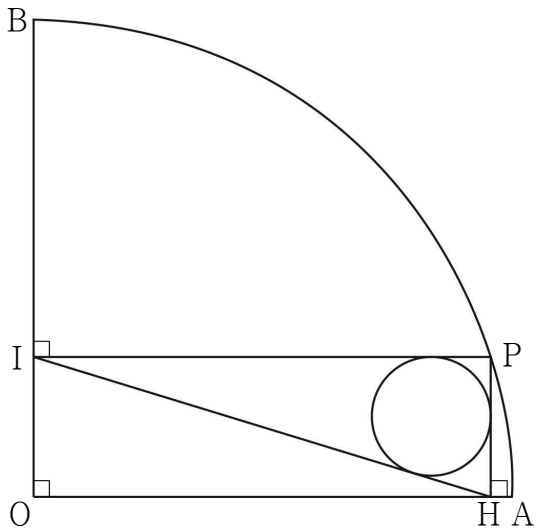
18. 좌표평면 위에 두 점 A(2, 0), B(0, 6)이 있다.

다음 조건을 만족시키는 두 직선 l , m 의 기울기의 합의 최댓값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- (가) 직선 l 은 점 O를 지난다.
 (나) 두 직선 l 과 m 은 선분 AB 위의 점 P에서 만난다.
 (다) 두 직선 l 과 m 은 삼각형 OAB의 넓이를 삼등분한다.

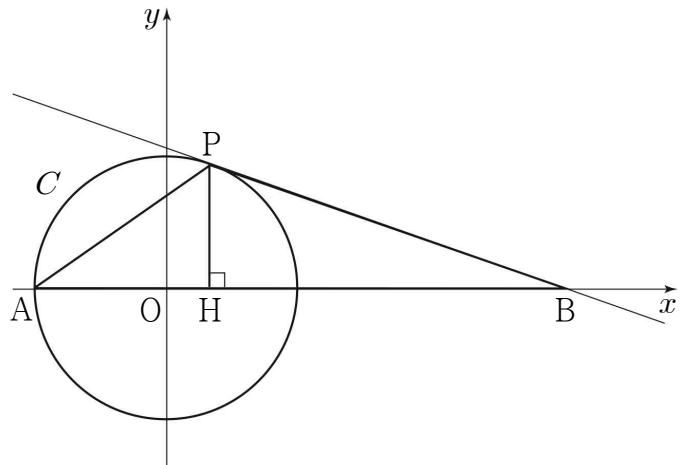
- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

19. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 두 선분 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하자. 삼각형 PIH에 내접하는 원의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$ 일 때, $\overline{PH}^3 + \overline{PI}^3$ 의 값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.) [4점]



- ① 56
- ② $\frac{115}{2}$
- ③ 59
- ④ $\frac{121}{2}$
- ⑤ 62

20. 그림과 같이 좌표평면에 원 $C: x^2 + y^2 = 4$ 와 점 $A(-2, 0)$ 이 있다. 원 C 위의 제1사분면 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. $2\overline{AH} = \overline{HB}$ 일 때, 삼각형 PAB의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{10\sqrt{2}}{3}$
- ② $4\sqrt{2}$
- ③ $\frac{14\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$
- ⑤ $6\sqrt{2}$

21. 9 이하의 자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를

$$A_k = \{x \mid k-1 \leq x \leq k+1, x \text{는 실수}\}$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \{2\}$
- ㄴ. 9 이하의 두 자연수 l, m 에 대하여 $|l-m| \leq 2$ 이면 두 집합 A_l 과 A_m 은 서로소가 아니다.
- ㄷ. 모든 A_k 와 서로소가 아니고 원소가 유한개인 집합 중 원소의 개수가 최소인 집합의 원소의 개수는 4이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 좌표평면에서 직선 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 에 수직인 직선의 기울기를 구하십시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 점 $(-4, 3)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(1, 5)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p : 3 \leq x \leq 4,$$

$$q : (x+k)(x-k) < 0$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 의 중점의 좌표가 $(1, 2)$ 이고, 선분 AB 를 $3:1$ 로 내분하는 점의 좌표가 $(4, 3)$ 일 때, \overline{AB}^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 이차함수 $y = x^2 - 8x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + 6$ 이 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. 삼각형 OAB 의 무게중심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

27. 좌표평면에서 직선 $y=t$ 가 두 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+3$,
 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+5$ 의 그래프와 만날 때, 만나는 서로 다른 점의
 개수가 3인 모든 실수 t 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 복소수 $z=\frac{i-1}{\sqrt{2}}$ 에 대하여

$$z^n+(z+\sqrt{2})^n=0$$

을 만족시키는 25 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오.
 (단, $i=\sqrt{-1}$) [4점]

29. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $n(A) = n(B) = 8, n(A \cap B) = 1$
 (나) 집합 A 의 임의의 서로 다른 두 원소의 합은 9의 배수가 아니다.
 (다) 집합 B 의 임의의 서로 다른 두 원소의 합은 10의 배수가 아니다.

집합 A 의 모든 원소의 합을 $S(A)$, 집합 B 의 모든 원소의 합을 $S(B)$ 라 할 때, $S(A) - S(B)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 두 정수 m, n 에 대하여 이차함수 $f(x)$ 와 일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 0이다.
 (나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 두 점 $(m, 0), (m+4, 32n)$ 에서 만난다.
 (다) $0 \leq a \leq 4$ 인 정수 a 에 대하여 정수 b 가 부등식 $g(m+a) \leq b \leq f(m+a)$ 를 만족시킬 때, a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 45이다.

방정식 $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 실근 중 최댓값과 최솟값의 합이 8일 때, $f(5) \times g(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.