

# 패턴 31, 패턴 32

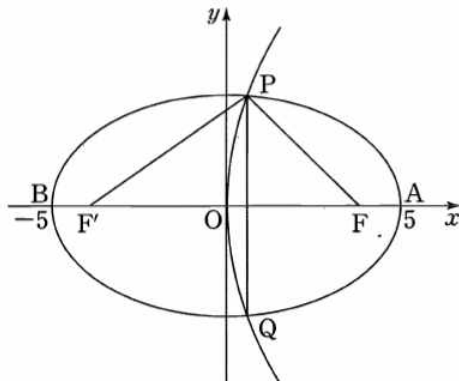
이차곡선의 정의  
접선의 방정식II

편집:우에노리에

1. **2010** 평가원(3점)

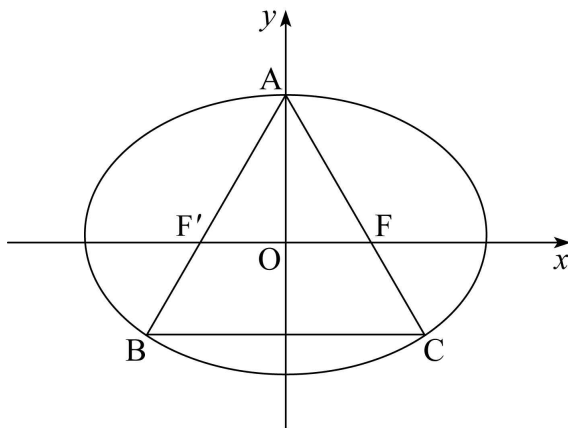
좌표평면에서 두 점  $A(5, 0)$ ,  $B(-5, 0)$ 에 대하여 장축이 선분  $AB$ 인 타원의 두 초점을  $F$ ,  $F'$ 이라 하자. 초점이  $F$ 이고 꼭짓점이 원점인 포물선이 타원과 만나는 두 점을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 하자.  $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 일 때, 두 선분  $PF$ 와  $PF'$ 의 길이의 곱  $\overline{PF} \times \overline{PF'}$ 의 값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



2. **2008** 교육청(3점)

그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $0 < b < a$ )에 내접하는 정삼각형  $ABC$ 가 있다. 타원의 두 초점  $F$ ,  $F'$ 이 각각 선분  $AC$ ,  $AB$  위에 있을 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, 점  $A$ 는  $y$ 축 위에 있다.)



①  $\frac{3}{5}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{3}{4}$

④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

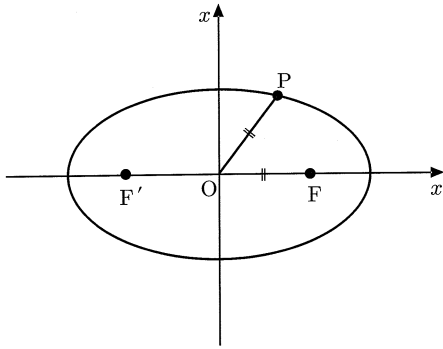
⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. **2006**      **평가원(4점)**

타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라 하자. 이 타원 위의 점  $P$ 가  $\overline{OP} = \overline{OF}$ 를 만족시

킬 때,  $\overline{PF} \times \overline{PF'}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $O$ 는 원점이다.)



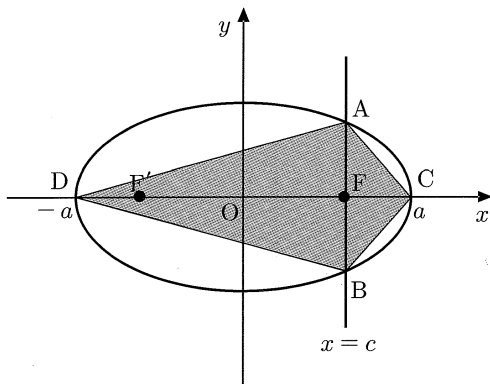
4. **2007**      **평가원(3점)**

타원  $x^2 + 9y^2 = 9$ 의 두 초점 사이의 거리를  $d$ 라 할 때,  $d^2$ 의 값을 구하시오.

5. **2005**      **교육청(4점)**

그림과 같이 두 점  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$ 을 초점으로 하는 원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$ 과 직선  $x = c$ 의 교점을  $A, B$ 라 하자. 두 점  $C(a, 0)$ ,  $D(-a, 0)$ 에 대하여, 사각형  $ADBC$ 의 넓이를 구하시오.

(단,  $a$ 와  $c$ 는 양수이다.)



6. **2007** **평가원(3점)**

쌍곡선  $x^2 - y^2 = 1$ 에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은?

- ㄱ. 점근선의 방정식은  $y = x$ ,  $y = -x$ 이다.
- ㄴ. 쌍곡선 위의 점에서 그은 접선 중 점근선과 평행한 접선이 존재한다.
- ㄷ. 포물선  $y^2 = 4px$  ( $p \neq 0$ )는 쌍곡선과 항상 두 점에서 만난다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

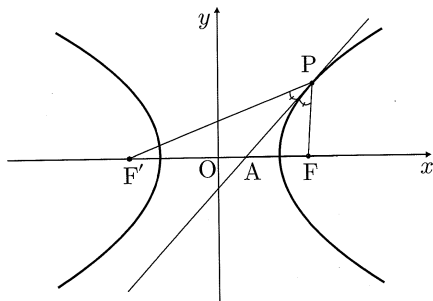
7. **2010** **평가원(3점)**

좌표평면 위의 점  $(-1, 0)$ 에서 쌍곡선  $x^2 - y^2 = 2$ 에 그은 접선의 방정식을  $y = mx + n$ 이라 할 때,  $m^2 + n^2$ 의 값은? (단,  $m$ ,  $n$ 은 상수이다.)

- ①  $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③  $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤  $\frac{9}{2}$

8. **2007** **교육청(3점)**

쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 의 두 초점을  $F$ ,  $F'$ 이라 하자. 쌍곡선 위의 한 점  $P$ 에 대하여  $\angle F'PF$ 의 이등분선이  $x$ 축과 점  $A(1, 0)$ 에서 만날 때, 삼각형  $PF'F$ 의 둘레의 길이를 구하시오.



9. **2011 교육청(3점)**

포물선  $y^2 = 12x$ 의 초점을 F라 할 때, 중심이 원점이고 한 초점이 F이며 또 다른 초점이 F'인 타원이 있다. 이 타원이 포물선  $y^2 = 12x$ 와 제 1 사분면에서 만나는 점을 P, 포물선  $y^2 = 12x$ 의 준선과 제 2 사분면에서 만나는 점을 Q라 하자.  $\angle F'QP = 90^\circ$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는?

- ①  $6+2\sqrt{3}$       ② 12      ③  $6\sqrt{6}$       ④ 14      ⑤  $6+6\sqrt{2}$

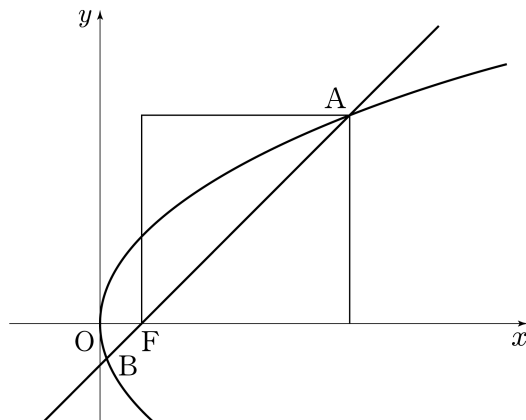
10. **2012 평가원(4점)**

좌표평면에서 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선에 평행하고 타원  $\frac{x^2}{8a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하는 직선을  $l$ 이라 하자. 원점과 직선  $l$  사이의 거리가 1일 때,  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 값은?

- ① 9      ②  $\frac{19}{2}$       ③ 10  
④  $\frac{21}{2}$       ⑤ 11

11. **2012 평가원(4점)**

그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 F인 포물선과 점 F를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AF를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB의 길이는  $a+b\sqrt{2}$ 이다.  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 정수이다.)



12. **2006** **평가원(4점)**

쌍곡선  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 초점  $(2\sqrt{3}, 0)$ ,  $(-2\sqrt{3}, 0)$ 을 각각  $F, F'$ 이라 하자. 이 쌍곡선

위를 움직이는 점  $P(x, y) (x > 0)$ 에 대하여 선분  $F'P$  위의 점  $Q$ 가  $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 를 만족시킬 때, 점  $Q$ 가 나타내는 도형 전체의 길이는?

- ①  $\pi$                       ②  $\sqrt{3}\pi$                       ③  $2\pi$   
 ④  $3\pi$                       ⑤  $2\sqrt{3}\pi$

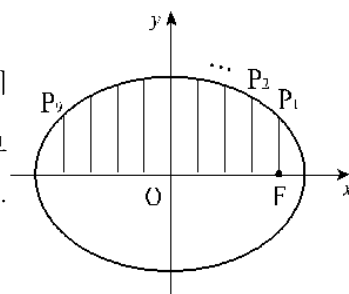
13. **2004** **교육청(4점)**

그림과 같이 타원

$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 의 장축을 10등분한 후 장축의 양 끝점을 제

외하고 각 등분점에서 장축에 수직인 직선을 그어  $x$ 축 윗쪽 부분에 있는 타원과의 교점을 차례로  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_9$ 라 하자.

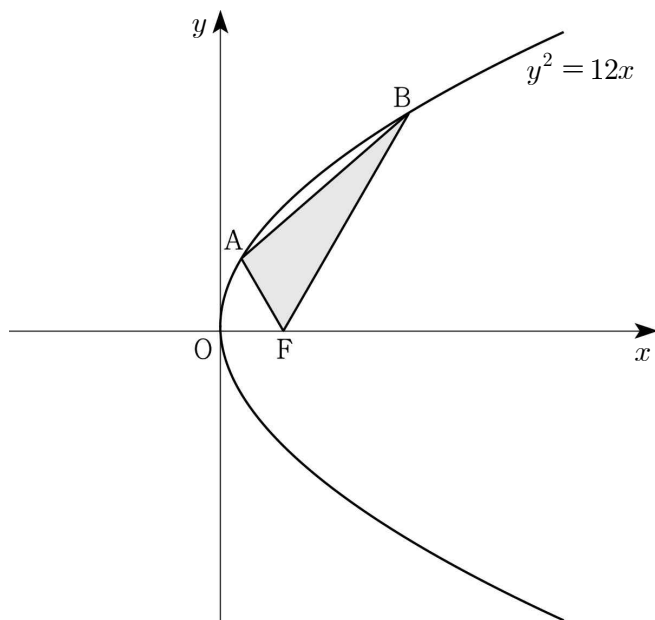
타원의 한 초점을  $F$ 라고 할 때,  $\sum_{k=1}^9 \overline{FP_k}$ 의 값을 구하시오.



14. **2012** **교육청(4점)**

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 = 12x$  위에

$\angle OFA = \angle AFB = \frac{\pi}{3}$ 인 두 점 A, B가 있다. 삼각형 AFB의 넓이는? (단, O는 원점이  
고 두 점 A, B는 제1사분면 위의 점이다.)



①  $8\sqrt{3}$

②  $10\sqrt{3}$

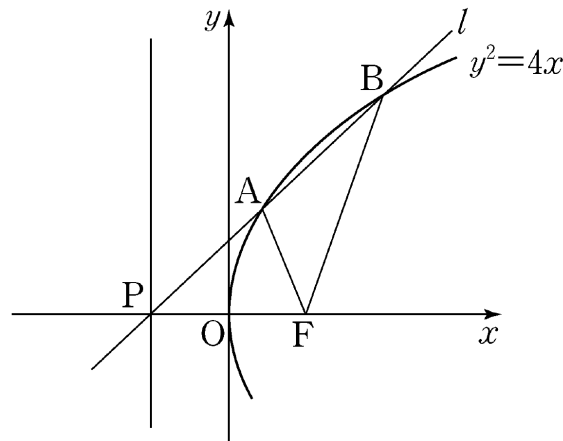
③  $12\sqrt{3}$

④  $14\sqrt{3}$

⑤  $16\sqrt{3}$

15. **2012** **평가원(4점)**

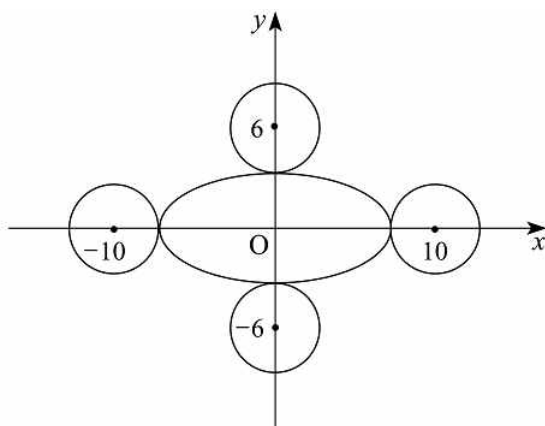
포물선  $y^2 = 4x$  의 초점을 F, 준선이  $x$  축과 만나는 점을 P, 점 P 를 지나고 기울기가 양수인 직선  $l$  이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자.  $\overline{FA} : \overline{FB} = 1 : 2$  일 때, 직선  $l$  의 기울기는?



- ①  $\frac{2\sqrt{6}}{7}$       ②  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       ③  $\frac{4}{5}$   
 ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

16. **2007** **교육청(4점)**

그림과 같이 좌표평면에 중심의 좌표가 각각  $(10, 0)$ ,  $(-10, 0)$ ,  $(0, 6)$ ,  $(0, -6)$  이고 반지름의 길이가 모두 같은 4개의 원에 동시에 접하고, 초점이  $x$  축 위에 있는 타원이 있다.



이 타원의 두 초점 사이의 거리가  $4\sqrt{10}$  일 때, 장축의 길이를 구하시오. (단, 네 원의 중심은 타원의 외부에 있다.)

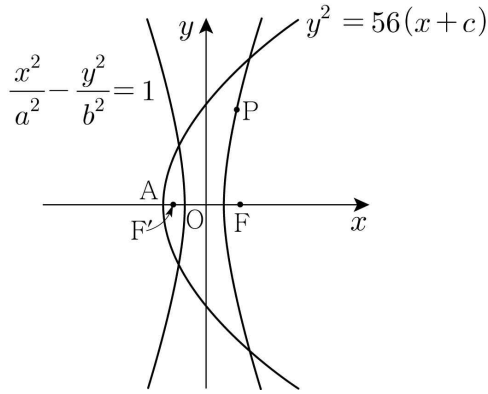


17.

2009

교육청(4점)

그림과 같이 두 점  $F(k, 0)$ ,  $F'(-k, 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  과 점  $F$  를 초점으로 하는 포물선  $y^2 = 56(x+c)$  가 있다.



쌍곡선 위의 임의의 점  $P$  에 대하여  $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = 10$  이 성립하고, 포물선의 꼭짓점  $A$  에 대하여  $\overline{AF'} : \overline{FF'} = 1 : 6$  이 성립한다. 이때,  $\frac{c^2}{a^2 - b^2}$  의 값은? (단,  $0 < k < c$  이다.)

- ①  $\frac{53}{14}$                       ②  $\frac{55}{14}$                       ③  $\frac{30}{7}$   
 ④  $\frac{32}{7}$                       ⑤  $\frac{34}{7}$

18.

2010

교육청(4점)

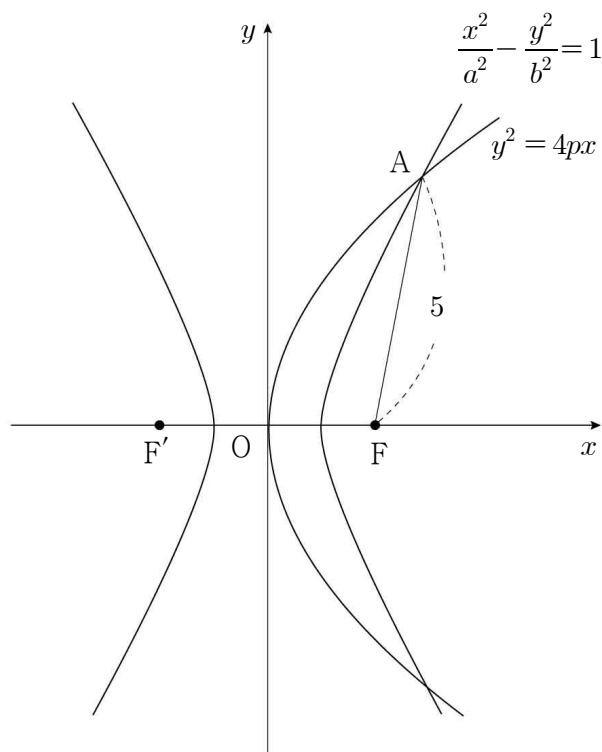
쌍곡선  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  의 점근선과 직선  $x=4$ 가 제 1사분면에서 만나는 점을  $P$  라 하자. 중심이 원점이고 점  $P$  를 지나는 원이 쌍곡선과 제 1사분면에서 만나는 점을  $Q$ ,  $x$  축과 만나는 두 점을 각각  $A, B$  라 할 때,  $\overline{AQ} \times \overline{BQ}$  의 값은?

- ① 9                      ② 15                      ③ 18                      ④ 20                      ⑤ 25

19. **2011** **교육청(4점)**

그림과 같이  $F(p, 0)$ 을 초점으로 하는 포물선  $y^2 = 4px$ 와  $F(p, 0)$ 과  $F'(-p, 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ )이 제1사분면에서 만나는 점을  $A$ 라 하자.

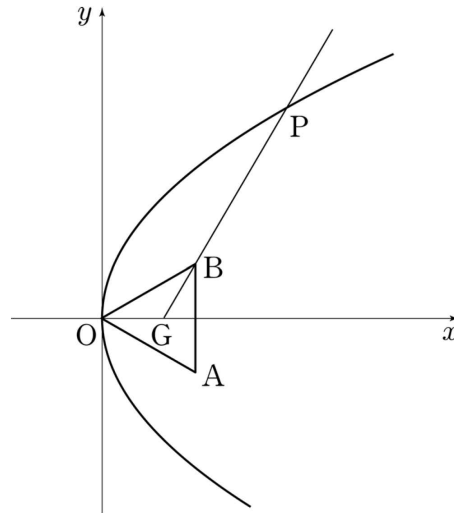
$\overline{AF} = 5$ ,  $\cos(\angle AFF') = -\frac{1}{5}$  일 때,  $ab$ 의 값은?



20. **2011** **평가원(4점)**

그림과 같이 한 변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형  $OAB$ 의 무게중심  $G$ 가  $x$ 축 위에 있다. 꼭짓점이  $O$ 이고 초점이  $G$ 인 포물선과 직선  $GB$ 가 제 1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 할 때, 선분  $GP$ 의 길이를 구하시오.

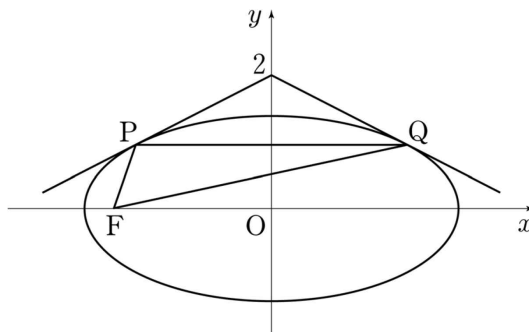
(단,  $O$ 는 원점이다.)



21. **2011** **평가원(4점)**

점  $(0, 2)$ 에서 타원  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각  $P, Q$ 라 하고, 타원의 두 초점 중 하나를  $F$ 라 할 때, 삼각형  $PFQ$ 의 둘레의 길이는  $a\sqrt{2} + b$ 이다.  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.(단,  $a, b$ 는 유리수이다.)

4



22. 2010 수능 (3점)

포물선  $y^2 = 4x$  위의 점  $P(a, b)$  에서의 접선이  $x$  축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자.  $\overline{PQ} = 4\sqrt{5}$  일 때,  $a^2 + b^2$  의 값은?

- ① 21                      ② 32                      ③ 45  
④ 60                      ⑤ 77

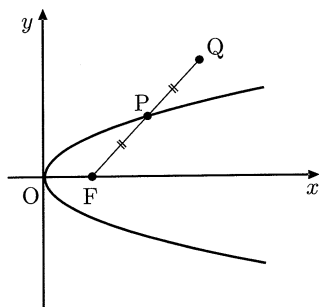
23. 2004 수능 (3점)

두 타원이 점  $F$  를 한 초점으로 공유하고 서로 다른 두 점  $P, Q$  에서 만난다. 두 타원의 장축의 길이가 각각 16, 24이고, 두 타원의 나머지 초점을 각각  $F_1, F_2$  라 할 때,

- $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| + |\overline{QF_1} - \overline{QF_2}|$  의 값은?  
① 16                      ② 14                      ③ 12  
④ 10                      ⑤ 8

24. 2007 수능 (3점)

초점이  $F$  인 포물선  $y^2 = x$  위에  $\overline{FP} = 4$  인 점  $P$  가 있다. 그림과 같이 선분  $FP$  의 연장선 위에  $\overline{FP} = \overline{PQ}$  가 되도록 점  $Q$  를 잡을 때, 점  $Q$  의  $x$  좌표는?

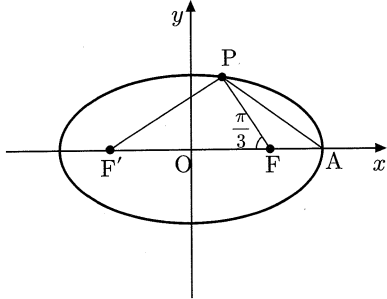


- ①  $\frac{29}{4}$                       ② 7                      ③  $\frac{27}{4}$   
④  $\frac{13}{2}$                       ⑤  $\frac{25}{4}$

25. **2005 수능 (4점)**

타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점을 F와 F'이라 하고, 초점 F에 가장 가까운 꼭지점을 A라 하

자. 이 타원 위의 한 점 P에 대하여  $\angle PFF' = \frac{\pi}{3}$ 일 때,  $\overline{PA}^2$ 의 값을 구하시오.



- 1) 정답 103
- 2) 정답 ⑤
- 3) 정답 32
- 4) 정답 32
- 5) 정답 32
- 6) 정답 ③
- 7) 정답 ④
- 8) 정답 18
- 9) 정답 ⑤
- 10) 정답 ①
- 11) 정답 128
- 12) 정답 ③
- 13) 정답 90
- 14) 정답 ③
- 15) 정답 ⑤
- 16) 정답 14
- 17) 정답 ④
- 18) 정답 ③
- 19) 정답 ②
- 20) 정답 8
- 21) 정답 32
- 22) 정답 ②
- 23) 정답 ①
- 24) 정답 ①
- 25) 정답 39