

제 2 교시

신답

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{24} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

2x3

풀이: 6, 9 보다 커서
 2x3가 맞다 아이디어 & 계산량 ↑

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의
 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

$$6x^2 - 10x \Big|_{x=2} = 4$$

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$ 일 때,

$\tan \theta$ 의 값은? [3점] $\sin \theta = -\frac{1}{3}$

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ③ $-\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

$$\therefore \tan \theta = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & (x < 2) \\ x^2 + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

$$a + 4 = 6 - a$$

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x(x-2), \quad f(1) = 6$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + c$$

$$f(2) = 16 - 12 = 4$$

6. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_4 - S_2 = 3a_4, \quad a_5 = \frac{3}{4}$$

일 때, $a_1 + a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 24 ③ 21 ④ 18 ⑤ 15

$$\frac{a_4 + a_3}{a_4} = 1 + \frac{1}{r} = 3 \quad \therefore r = \frac{1}{2}$$

$$a_1 + a_2 = a_5 \times \left(\frac{1}{r^4} + \frac{1}{r^3} \right) = \frac{3}{4} \times 24 = 18$$

7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 12x + 4$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대이고

$x = \beta$ 에서 극소일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, α 와 β 는 상수이다.)

[3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

$$f'(x) = x^2 - 4x - 12$$

$$\therefore \beta - \alpha = \sqrt{16 + 48} = 8$$

8. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) - f(x) = 3x^4 - 3x$$

를 만족시킬 때, $\int_{-2}^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

$$f(x)(x-1) = 3x(x-1)(x^2+x+1)$$

$$\therefore f(x) = 3x(x^2+x+1)$$

$$\int_{-2}^2 f(x)dx = \int_{-2}^2 3x^2 dx = 16.$$

→
우·기 성질.

9. 수직선 위의 두 점 $P(\log_5 3)$, $Q(\log_5 12)$ 에 대하여
선분 PQ를 $m:(1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때,
 4^m 의 값은? (단, m 은 $0 < m < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

$$\log_5 \underbrace{12^m \times 3^{1-m}}_{4^m \times 3} = 1$$

$$\therefore 4^m = \frac{5}{3}$$

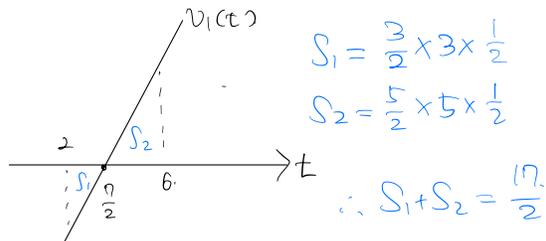
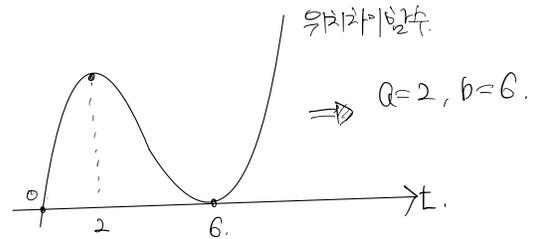
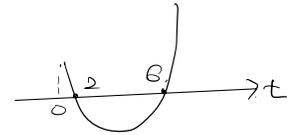
10. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - 6t + 5, \quad v_2(t) = 2t - 7$$

이다. 시각 t 에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때,
함수 $f(t)$ 는 구간 $[0, a]$ 에서 증가하고, 구간 $[a, b]$ 에서 감소하고, 구간 $[b, \infty)$ 에서 증가한다. 시각 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 점 Q가 움직인 거리는? (단, $0 < a < b$) [4점]

- ① $\frac{15}{2}$ $\frac{17}{2}$ ③ $\frac{19}{2}$ ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

$$v_1(t) - v_2(t) = t^2 - 8t + 12.$$



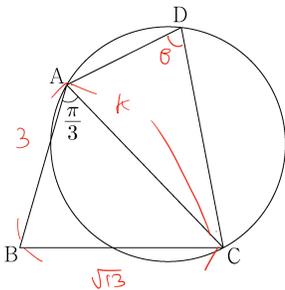
13. 그림과 같이

$$\overline{AB}=3, \overline{BC}=\sqrt{13}, \overline{AD} \times \overline{CD}=9, \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACD의 넓이를 S_2 라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하자.

$$S_2 = \frac{5}{6}S_1 \text{ 일 때, } \frac{R}{\sin(\angle ADC)} \text{의 값은? [4점]}$$

let, $\overline{AC}=k$
 $\angle APC = \theta$



- ① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

$\triangle ABC$ 에서

$$9+k^2-3k=13$$

$$\Leftrightarrow k^2-3k-4=0 \quad \therefore k=4$$

$$S_2 = \frac{5}{6}S_1 \text{ 이므로}$$

$$9 \sin \theta = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{5}{6}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{5\sqrt{3}}{9}$$

$$\sin \text{법칙의 의해 } \frac{k}{\sin \theta} = 2R \Rightarrow R = \frac{k}{2 \sin \theta}$$

$$\therefore \frac{R}{\sin \angle ADC} = \frac{k}{2 \sin^2 \theta} = \frac{54}{25}$$

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x + 1 & (x \leq 2) \\ a(x-2)(x-b) + 9 & (x > 2) \end{cases}$$

& $y=t$ 의 교점 개수 = $g_1(t)$
 ,, = $g_2(t)$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(t) = g_1(t) + g_2(t)$$

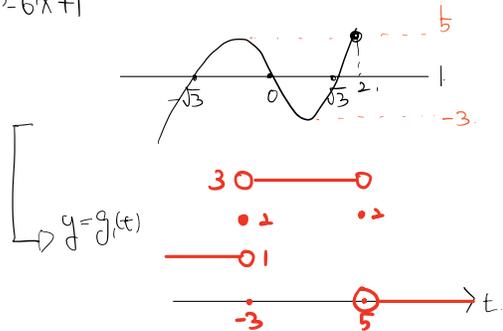
$$g(k) + \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) + \lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 9$$

를 만족시키는 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

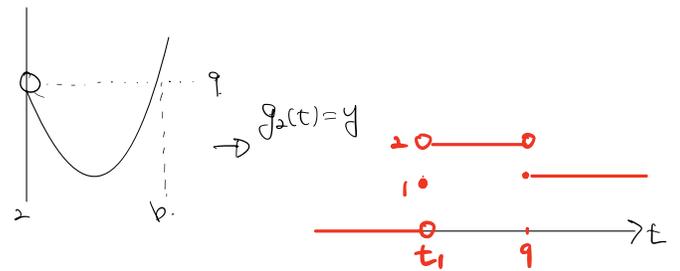
- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

①

$$2x^3 - 6x + 1$$



②



③ k 의 위치 특정하기. 일단 $\lim_{x \rightarrow k^-} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow k^+} f(x)$ 의 차이가 9이므로

교점 개수 $g(t)$ 와 $g_2(t)$ 의 분별점이어야 한다.

$$\Rightarrow t_1 = 5 \text{ or } -3 \text{ 에서 가능한 경우는 } t_1 = -3 \text{ 인 경우이다.}$$

$$(g(k) = 3, \lim_{x \rightarrow k^+} g(x) = 5, \lim_{x \rightarrow k^-} g(x) = 1)$$

따라서 미지함수의 최댓값은 -3 이다.

$$\therefore a(b-2)^2 = 48 \Rightarrow \begin{array}{c|c} a & b \\ \hline 48 & 3 \\ 3 & 6 \\ 12 & 4 \end{array}$$

$$a+b \text{의 최댓값은 } \boxed{51}$$

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

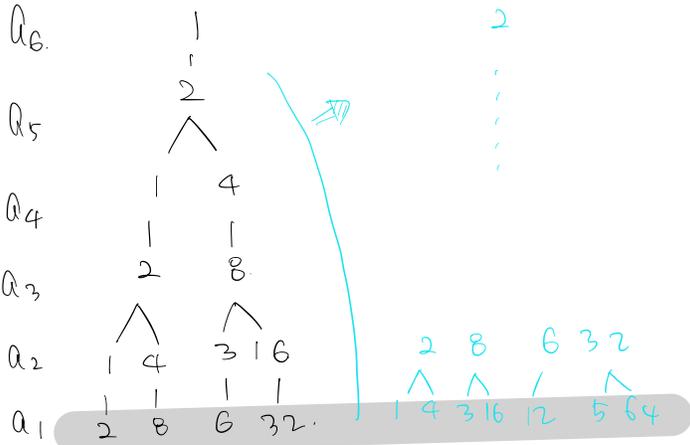
- ① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

$$a_6 = \alpha \rightarrow a_7 = 2^\alpha \rightarrow \alpha = 1$$

$$= \frac{1}{2}\alpha \rightarrow \alpha = 2.$$

$\alpha = 1$ 일 때

$\alpha = 2$ 일 때



$$\Rightarrow \sum a_1 = 48 + 105 = 153$$

단답형

16. 방정식 $3^{x-8} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

[3점]

$$3^{x-8} = 3^{-3x}$$

답: $x = 2$ //

17. 함수 $f(x) = (x+1)(x^2+3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

$$f'(1) = 4 + 4 = 8 //$$

↑
답.

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (2b_k - 1), \quad \sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k) = 33$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

Let, $\sum_{k=1}^{10} a_k = A, \quad \sum_{k=1}^{10} b_k = B.$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 2B - 10 \\ 3A + B = 33 \end{cases} \quad \therefore 7B = 63.$$

$$\therefore B = \boxed{9} //$$

19. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{4}x$ 라 할 때, $0 < x < 16$ 에서 부등식

$$f(2+x)f(2-x) < \frac{1}{4}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

$$f(2+x) = \cos \frac{\pi}{4}x$$

$$f(2-x) = \cos \frac{\pi}{4}x$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < \cos \frac{\pi}{4}x < \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow \\ 2, 6, 10, 14$$

$$\Rightarrow \boxed{32} //$$

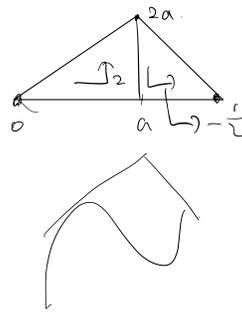
20. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x \quad f' = -3x^2 + 2ax + 2.$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $O(0,0)$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 A 라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 가 선분 OB 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

세어 함이 a 이므로 A 의 좌표는 a 이다.

$$f'(a) = 2 - a^2 \text{ 이므로. } f'(a)$$



$$\therefore f'(a) = -\frac{1}{2}$$

$$\Downarrow \sqrt{5}$$

$$a = \sqrt{5} //$$

$$\overline{OA} \times \overline{AB} = \sqrt{5}a \times 2\sqrt{5}a$$

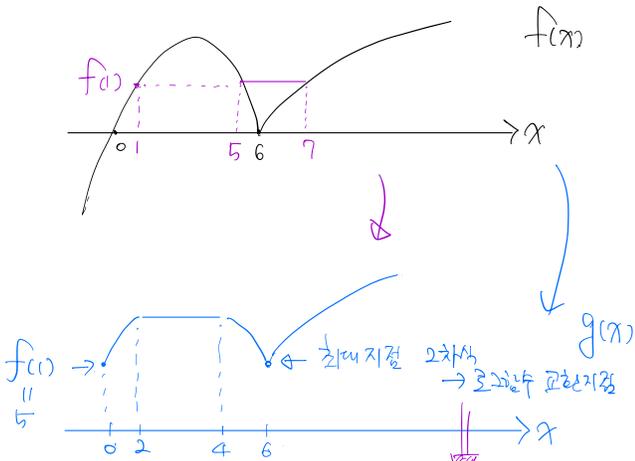
$$= 10a^2 = 10 \times \frac{5}{2}$$

$$= 25 //$$

21. 양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]



$-x^2 + 6x \Big|_{x=5} \leq a \log_4(x-5) \Big|_{x=7}$
 $5 \leq \frac{a}{4}$

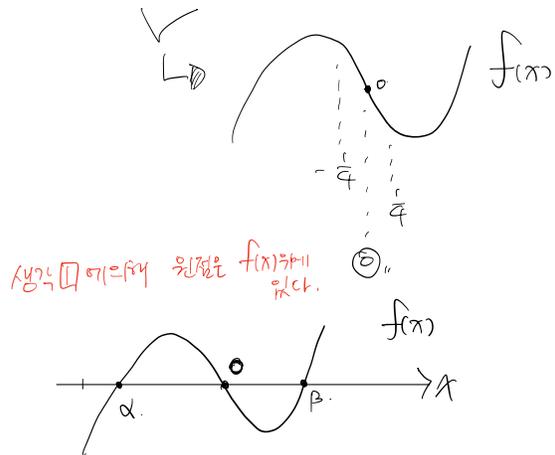
$\therefore a_{\min} = \boxed{10}$

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

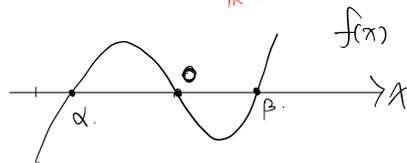
함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(k-1)f(k+1) < 0$ 을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

생각하기 이 구간에는 정수점이 존재한다면 무조건 (가) 생각

$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$, $f'(\frac{1}{4}) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

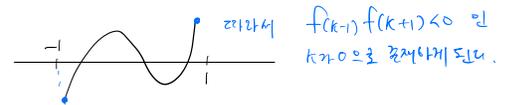


생각하기 이 구간에는 정수점이 존재한다면 무조건 (가) 생각



생각하기 이 구간에는 정수점이 존재한다면 무조건 (가) 생각

그런데 반대로 이 구간에는 정수점이 존재하지 않는다면.



6. $f(x) = x(x-1)(x-d)$
 $f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$ 이 때 $d = -\frac{5}{6}$
 $f(8) = 8 \times 7 \times (8 + \frac{5}{6}) = 7(64 + 5) = \boxed{483}$

$f'(\frac{1}{4}) < 0$ 이 때 $d = \frac{5}{6}$
 $\therefore d_0 = \boxed{483}$

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\ln(1+5x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

24. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(t^3 + 1), \quad y = \sin \pi t$$

에서 $t=1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}\pi$ ② $-\frac{2}{3}\pi$ ③ $-\pi$ ④ $-\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $-\frac{5}{3}\pi$

$$\left. \frac{y'}{x'} \right|_{t=1} = \left. \frac{\pi \cos \pi t}{\frac{3t^2}{t^3+1}} \right|_{t=1} = -\frac{2}{3}\pi.$$

25. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 있다. $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이고, $g'(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다. 모든 양수 a 에 대하여

$$\int_1^a \frac{1}{g'(f(x))f(x)} dx = 2\ln a + \ln(a+1) - \ln 2$$

이고 $f(1) = 8$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 48 ⑤ 52

$g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$ 이므로.

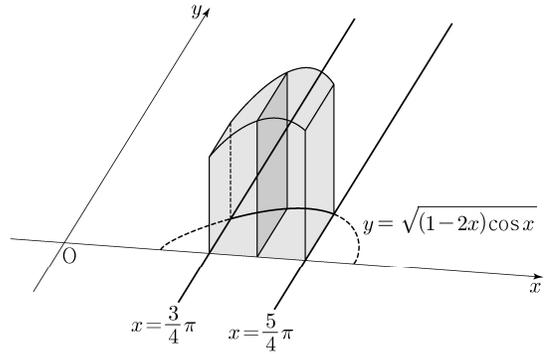
$$\int_1^a \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln \left| \frac{f(x)}{f(1)} \right| = \ln \frac{a^2(a+1)}{2}$$

$$f(a) = 4a^2(a+1)$$

$$\therefore f(2) = 16 \times 3 = 48$$

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{(1-2x)\cos x}$ ($\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$)와

x 축 및 두 직선 $x = \frac{3}{4}\pi, x = \frac{5}{4}\pi$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}\pi - 1$ ③ $2\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}\pi - 1$ ⑤ $2\sqrt{2}\pi$

$$\int_{\frac{3}{4}\pi}^{\frac{5}{4}\pi} (1-2x)\cos x dx$$

$$= \left[-\sin x \right]_{\frac{3}{4}\pi}^{\frac{5}{4}\pi} - 2 \cdot \left\{ \left[\cos x + x \sin x \right]_{\frac{3}{4}\pi}^{\frac{5}{4}\pi} \right\}$$

$$= 2\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$$

27. 실수 t 에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y = \frac{1}{e^x} + e^t$ 에 접하는

직선의 기울기를 $f(t)$ 라 하자. $f(a) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수 a 에 대하여 $f'(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}e\sqrt{e}$ ② $-\frac{1}{2}e\sqrt{e}$ ③ $-\frac{2}{3}e\sqrt{e}$
 ④ $-\frac{5}{6}e\sqrt{e}$ ⑤ $-e\sqrt{e}$

let, 접점의 x좌표 = p .

$$y = -e^{-p}(x-p) + e^{-p} + e^t.$$

$$\Rightarrow 0 = (p+1)e^{-p} + e^t. \text{ 일때}$$

$$\frac{-e^{-p}}{f(t)} = \frac{dp}{dt} (e^{-p})$$

$$f(a) = -e^{-p} \text{ 일때} p \text{는 } -\frac{3}{2} \text{이다.}$$

$$0 = e^t + \frac{dp}{dt} (e^{-p}(-p)).$$

$$\Rightarrow f'(t) = -e^t.$$

$$p = -\frac{3}{2} \text{를 대입하면 } e^t = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}}.$$

$$\therefore \frac{dp}{dt} (e^{-p}) = -\frac{1}{3}e^{\frac{3}{2}}$$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에

대하여 $f(x) \geq 0$ 이고, $x < 0$ 일 때 $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다.

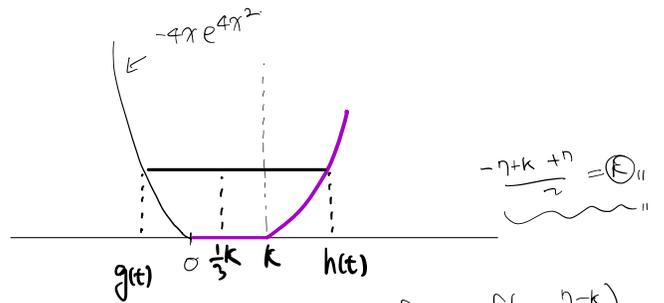
모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$ 라 하자.

두 함수 $g(t), h(t)$ 는 모든 양수 t 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \text{ (} k \text{는 상수)} \Rightarrow \frac{1}{3}k \text{는 } g(t) \text{와 } h(t) \text{의 내분점...}$$

를 만족시킨다. $\int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$ 일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}e^5$ ② $\frac{4}{3}e^7$ ③ $\frac{5}{4}e^9$ ④ $\frac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\frac{7}{6}e^{13}$



$$f(9) = f(-\frac{7-k}{2})$$

$$\int_0^7 f(x) dx = \int_k^7 f(x) dx$$

$$= 2 \int_{-\frac{7-k}{2}}^0 -4x e^{4x^2} dx$$

$$= -e^{4x^2} \Big|_{\frac{k-7}{2}}^0$$

$$\therefore (k-7)^2 = 4 \quad \therefore k=5$$

$$\frac{f(9)}{f(8)} = \frac{4}{3}e^7$$

단답형

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n\right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$ 일 때, $120S$ 의 값을 구하시오. [4점]

let a_n 첫항: a , 공비: R . b_n 첫항: b , 공비: r .

$$ab \times \frac{1}{1-Rr} = a \times \frac{1}{1-R} \times b \times \frac{1}{1-r}$$

$$\therefore 1-Rr = 1-R-r+Rr \Rightarrow 2 = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}$$

$$3 \times |aR| \times \frac{1}{1-R^2} = 7 \times |aR^2| \times \frac{1}{1-R^3}$$

$$\Rightarrow R = -\frac{1}{2} \ \& \ r = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{구하는 것} = \sum_{n=1}^{\infty} r^{n-1} + r^{2n-1}$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{1}{60}$$

$$= \frac{81}{60} \quad \therefore \boxed{162}$$

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = |\sin x| \cos x$$

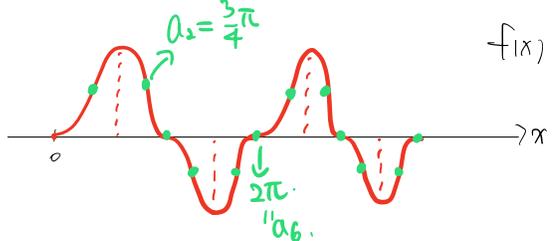
이다. 양수 a 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 함수

$$h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\} dt$$

가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 양수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\frac{100}{\pi} \times (a_6 - a_2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$f(x) = \begin{cases} \sin x > 0 \Rightarrow \frac{(\sin x)^2}{2} \\ \sin x \leq 0 \Rightarrow -\frac{(\sin x)^2}{2} \end{cases}$$



$f'(a_n) = 0$ 인점!!

$$\therefore \frac{100}{\pi} \times (2\pi - \frac{3}{4}\pi) = \boxed{125}$$

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.