

제 2 교시

5지선다형

1. 두 다항식

$$A = 2x^2 + x + 3, \quad B = x^2 + x + 2$$

에 대하여 $A - B$ 는? [2점]

- ① $x^2 + 1$ ② $x^2 + 5$ ③ $3x^2 + 1$
- ④ $x^2 + 2x + 1$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

2. 좌표평면 위의 두 점 (1, 3), (2, 5) 사이의 거리는? [2점]

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

$$\sqrt{1+4}$$

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 집합 A^C 의 모든 원소의 곱은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$2, 4$$

4. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 y 절편은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$y = 2(x-1) + 7$$

$$(0, 5)$$

5. 등식

$$(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 + (a-3)x + 4b$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

$$x^3 + 8 = x^3 + (a-3)x + 4b$$

$$a = 3$$

$$b = 2$$

6. 연립방정식

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + 8x + y^2 = 2 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$$x = y + 2$$

$$(y+2)^2 + 8(y+2) + y^2 = 2$$

$$2y^2 + 12y + 18 = 0$$

$$y^2 + 6y + 9 = 0, (y+3)^2 = 0 \quad y = -3 = \beta$$

$$x = -1 = \alpha$$

7. 다항식 $P(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어지고, $P(x)$ 를 $x-4$ 로

나누었을 때의 나머지가 12이다. $P(x)$ 를 x^2-2x-8 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$P(-2) = 0$$

$$P(4) = 12$$

$$P(x) = (x+2)(x-4)(ax+b)$$

$$P(-2) = -2a + b = 0$$

$$P(4) = 4a + b = 12$$

$$R(x) = 2x + 4$$

$$R(1) = 6$$

8. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $z - 3\bar{z} = z^2$ 일 때, $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$b \neq 0$

$$z = a + bi$$

$$\bar{z} = a - bi$$

$$(a + bi) - 3(a - bi) = (a + bi)^2$$

$$-2a + 4bi = a^2 - b^2 + 2abi$$

$$4b = 2ab \quad \therefore a = 2 \quad (i: b \neq 0)$$

$$-2a = a^2 - b^2$$

$$-4 = 4 - b^2, \quad b^2 = 8 \quad z\bar{z} = a^2 + b^2 = 4 + 8 = 12$$

9. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 0)$, $B(0, a)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:3으로 외분하는 점이 원 $(x-3)^2 + (y+8)^2 = 36$ 위에 있을 때, a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$\left(\frac{0-9}{2-3}, \frac{2a}{2-3} \right) = (9, -2a)$$

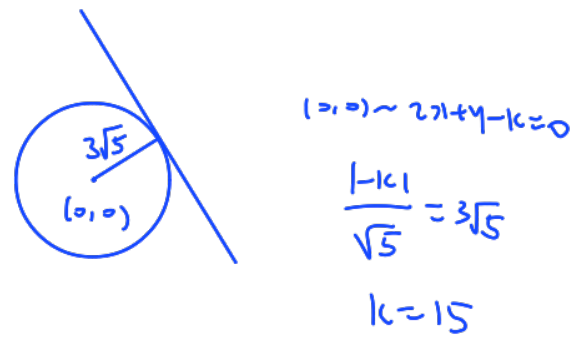
$$(9-3)^2 + (-2a+8)^2 = 36$$

$$36 + 4(a-4)^2 = 36$$

$$a = 4$$

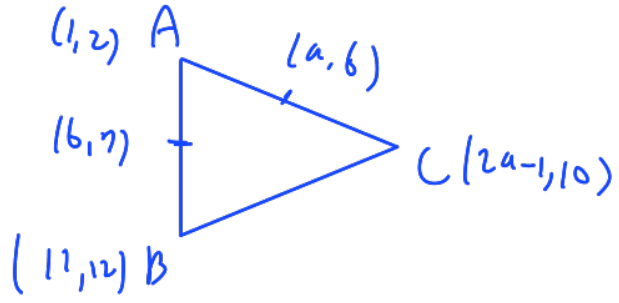
10. 중심이 원점이고 직선 $y = -2x + k$ 와 만나는 원 중에서 넓이가 최소인 원을 C 라 하자. 원 C 의 넓이가 45π 일 때, 양의 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19



11. 좌표평면 위의 세 점 $A(1, 2)$, B , C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 의 중점의 좌표가 $(6, 7)$, 선분 AC 의 중점의 좌표가 $(a, 6)$ 이고 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는 $(5, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



$$\left(\frac{1+11+2a-1}{3}, \frac{2+12+10}{3} \right) = (5, b)$$

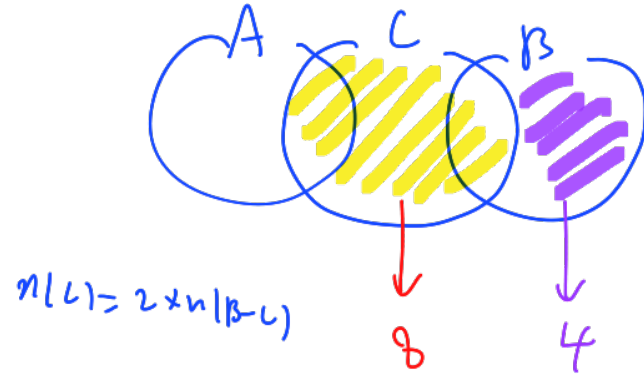
$$a=2, b=9$$

12. 세 집합 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 (나) $n(\underbrace{(A \cup C) \cap (B \cup C)}_C) = 2 \times n(B - C)$

$n(B \cup C) = 12$ 일 때, $n(C)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



13. 두 집합 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \left\{ \frac{x+k}{2} \mid x \in A \right\}$ 에 대하여
 $(A \cap B) \subset X \subset A$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수가 2일 때,
 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$B = \left\{ \frac{1+k}{2}, \frac{3+k}{2}, \frac{4+k}{2} \right\}$$

$n(A \cap B) = 2$

$\therefore \frac{1+k}{2} = 3, k = 5$

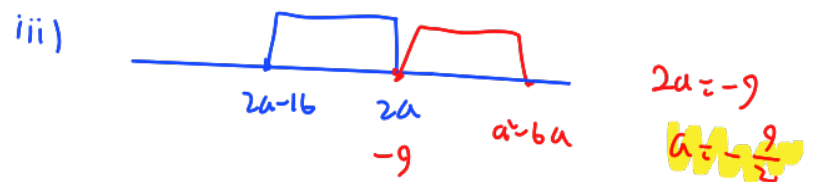
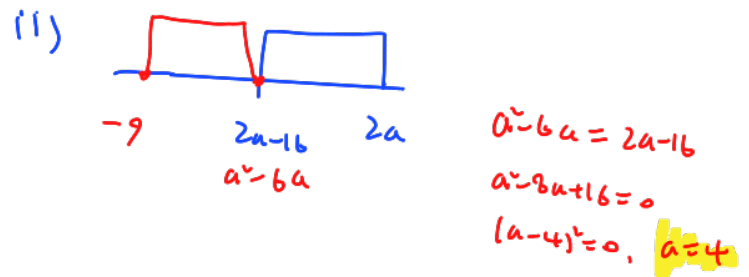
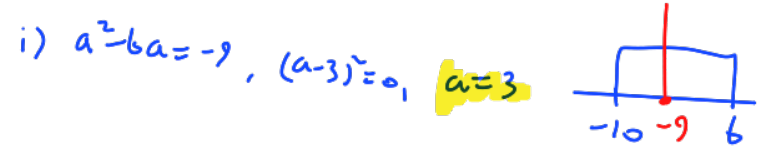
$B = \left\{ 3, 4, \frac{9}{2} \right\}$

14. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (x+9)(x-a^2+6a) \leq 0 & -9, a^2-6a & a^2-6a+9 = (a-3)^2 \geq 0 \\ (x-2a)(x-2a+16) \leq 0 & 2a, 2a-16 & \therefore a^2-6a \geq -9 \end{cases}$$

을 만족시키는 실수 x 가 오직 하나 존재하도록 하는 모든 실수 a 의
 값의 합은? [4점]

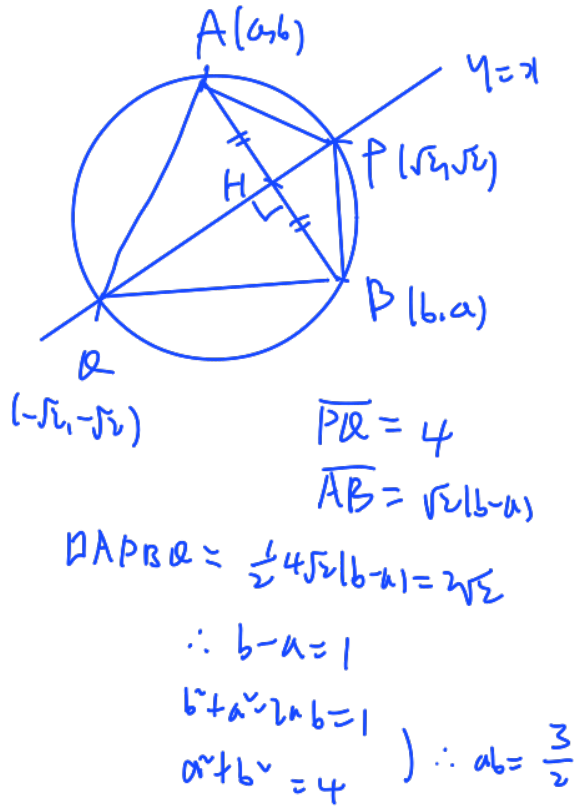
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



$\therefore 3 + 4 + \left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{5}{2}$

15. 원 $C: x^2 + y^2 = 4$ 위에 서로 다른 두 점 $A(a, b), B(b, a)$ 가 있다. 원 C 위의 점 중 $\overline{AP} = \overline{BP}, \overline{AQ} = \overline{BQ}$ 를 만족시키는 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 사각형 $APBQ$ 의 넓이가 $2\sqrt{2}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



16. 두 자연수 a, b 에 대하여 실수 x 에 대한 두 조건

$p: x^2 - 4x + a + 2 \leq 0,$
 $q: 0 < |x-b| \leq 4$

의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

$P \neq \emptyset, P \subset Q$

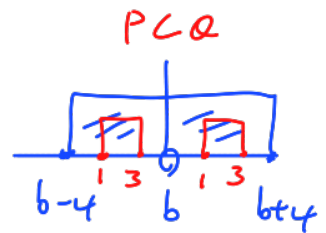
가 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$P: \frac{D}{4} = 4 - a - 2 \geq 0 \quad a \leq 2$

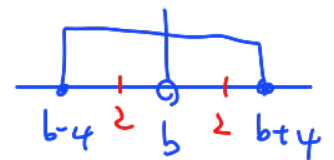
$a=1$
 $P: x^2 - 4x + 3 \leq 0$
 $1 \leq x \leq 3$

$Q: \begin{cases} x \neq b \\ b-4 \leq x \leq b+4 \end{cases}$



$P \subset Q$
 $\therefore \begin{cases} b \leq 5 \\ 3 < b \end{cases} \text{ or } \begin{cases} b < 1 \\ 3 \leq b+4 \end{cases}$
 $3 < b \leq 5 \text{ or } -1 \leq b < 1$
 $b = 4, 5$

$a=2$
 $P: x^2 - 4x + 4 \leq 0$
 $(x-2)^2 \leq 0, x=2$



$b-4 \leq 2 \leq b+4$
 $\begin{cases} b \neq 2 \\ -2 \leq b \leq 6, b \neq 2 \end{cases}$
 $b = 1, 3, 4, 5, 6$

7개

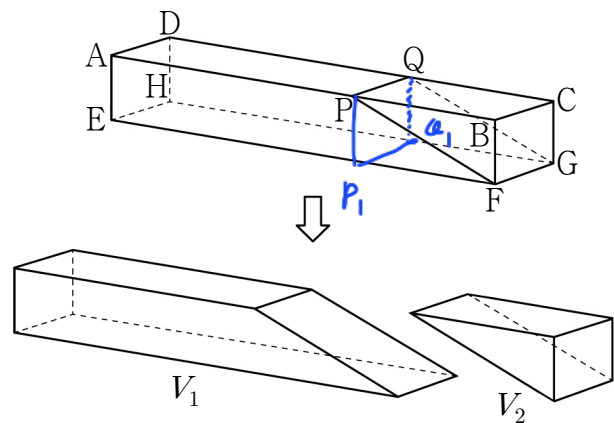
19. 곡선 $y = -x^2 + 6x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원을 C라 하자. 원 C의 넓이가 8π 이고, 점 A를 지나고 기울기가 1인 직선이 원 C에 접할 때, 직선 AB의 y절편은? [4점]

- ① $\frac{27}{4}$ ② $\frac{29}{4}$ ③ $\frac{31}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

$(d, -d^2 + 6d)$
 $r = \sqrt{2}$
 AB기울기: -1
 $\beta - d = 4$
 AB: $y = -x + k$
 $-x^2 + 6x = -x + k, x^2 - 7x + k = 0$ 근: d, β
 $|d - \beta| = \sqrt{49 - 4k} = 4$
 $4k = 35, k = \frac{35}{4}$

20. 양수 a 에 대하여 $\overline{AB} = 3a^2 + 10a + 7, \overline{AD} = \overline{AE} = a$ 인 직육면체 ABCD-EFGH가 있다. 선분 AB를 1:a로 내분하는 점을 P, 선분 DC를 1:a로 내분하는 점을 Q라 하자. 직육면체 ABCD-EFGH에서 단면 PFGQ가 생기도록 삼각기둥 PFB-QGC를 잘라 내었다. 사각기둥 AEFQ-DHGQ의 부피를 V_1 , 삼각기둥 PFB-QGC의 부피를 V_2 라 하자. $V_1 - V_2 = 4$ 일 때, 선분 AP의 길이는? [4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



$\overline{AB} = (a+1)(3a+7) \quad \overline{AP} = (a+1)(3a+7) \times \frac{1}{1+a} = 3a+7$

$V_1 - V_2 = \text{사각기둥 } APQD - GPQH \text{의 부피}$
 $= (3a+7)a \times a = 3a^3 + 7a^2 = 4$
 $3a^3 + 7a^2 - 4 = 0$

$(a+1)(3a^2 + 4a - 4) = 0$

$(a+1)(3a-2)(a+2) = 0, a = \frac{2}{3} \therefore \overline{AP} = 9$

21. 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : (x-2)^2 + (y-6)^2 = 1,$$

$$C_2 : (x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$$

에 대하여 원 C_1 위를 움직이는 점 P, 원 C_2 위를 움직이는 점 Q, y 축 위를 움직이는 두 점 R, S가 있다. 두 점 R, S를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 R' , S' 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.) [4점]

<보기>

㉠ 두 점 $A(4, 2)$, $A'(4, -2)$ 에 대하여 $\overline{AR} = \overline{A'R'}$ 이다.

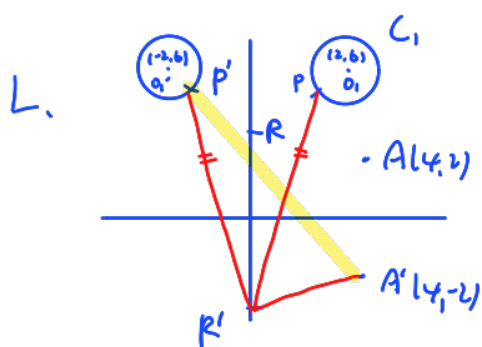
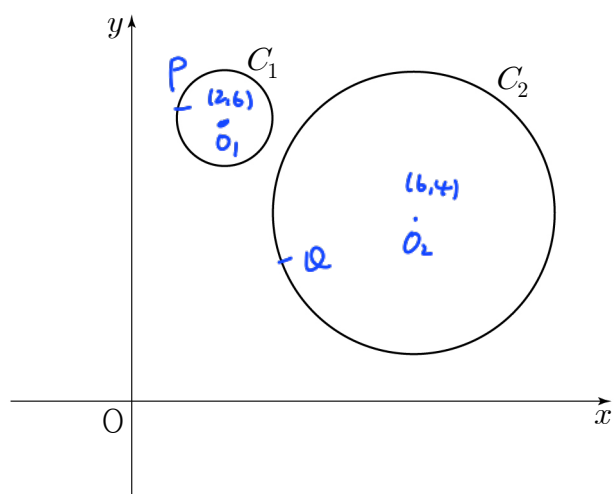
㉡ 점 $A(4, 2)$ 에 대하여 $\overline{AR} + \overline{PR'}$ 의 최솟값은 9이다.

㉢ 점 $B(a, 6a+1)$ (a 는 양의 상수)에 대하여

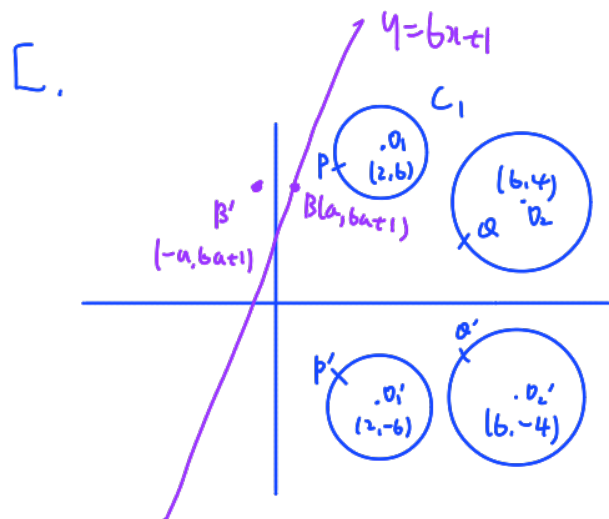
$$(\overline{BR} + \overline{PR'}) \text{의 최솟값} = (\overline{BS} + \overline{QS'}) \text{의 최솟값} + 2$$

일 때, \overline{OB} 의 값은 $\frac{\sqrt{65}}{2}$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



$$\begin{aligned} \overline{AR} + \overline{PR'} &= \overline{A'R'} + \overline{R'P} \\ &= \overline{A'R'} + \overline{R'P'} \\ &\geq \overline{AP'} = \overline{O_1A'} - \overline{O_1P} \\ &= 10 - 1 = 9 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \overline{BR} + \overline{PR'} &= \overline{B'R} + \overline{R'P'} \geq \overline{B'P'} \\ &= \overline{B'O_1'} - 1 \\ \overline{BS} + \overline{QS'} &= \overline{B'S} + \overline{S'Q'} \geq \overline{B'Q'} \\ &= \overline{B'O_2'} - 3 \end{aligned}$$

9 12

단답형

22. 좌표평면 위의 두 점 $(0, a)$, $(2, 2a+1)$ 을 지나는 직선과 직선 $y = 2x + 7$ 이 서로 평행할 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

3

$$\frac{a+1}{2} = 2$$

$$a = 3$$

23. x 에 대한 방정식

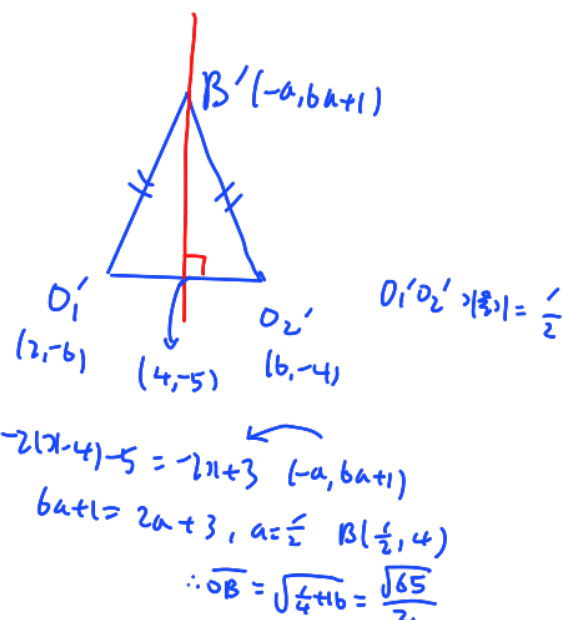
$$x^3 + 3x^2 + (16-a)x + a - 20 = 0$$

이 허근을 갖도록 하는 자연수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

15

$$(x-1)(x^2 + 4x - a + 20)$$

$$\begin{aligned} \Delta/4 &= 4 + a - 20 < 0 \\ a &< 16 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \overline{B'O_1'} - 1 &= \overline{B'O_2'} - 3 + 2 \\ \therefore \overline{B'O_1'} &= \overline{B'O_2'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O_1'O_2' \text{ 수직이등분선 } y &= -2(x-4) - 5 = -2x + 3 \quad (-a, 6a+1) \\ 6a+1 &= 2a+3, \quad a = \frac{1}{2} \quad B(\frac{1}{2}, 4) \\ \therefore \overline{OB} &= \sqrt{\frac{1}{4} + 16} = \frac{\sqrt{65}}{2} \end{aligned}$$

24. 실수 x 에 대한 두 조건

$p: x+5 \leq k,$

$q: x^2-8x+12=0$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

$q \Rightarrow p$

11

$(x-2)(x-6)=0$

$x=2 \rightarrow 2+5 \leq k$

$\left. \begin{matrix} x=6 \rightarrow 6+5 \leq k \end{matrix} \right\} k \geq 11$

25. 다항식 $(x^2+2x)(2x^2+4x+5)+3$ 이

$(x+a)^2(2x^2+bx+c)$ 로 인수분해될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]

$x^2+2x=A$

8

$A(2A+5)+3$

$= 2A^2+5A+3$

$= (2A+3)(A+1)$

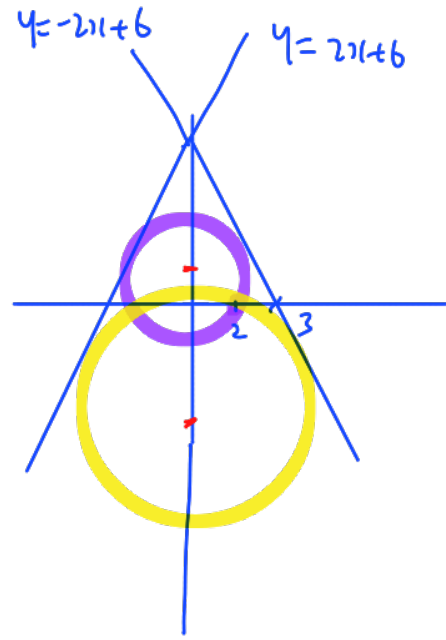
$= (2x^2+4x+3)(x^2+2x+1)$

$= (x+1)^2(2x^2+4x+3)$

$\left. \begin{matrix} a=1 \\ b=4 \\ c=3 \end{matrix} \right)$

26. 좌표평면에서 두 직선 $y=2x+6, y=-2x+6$ 에 모두 접하고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 서로 다른 두 원의 중심을 각각 O_1, O_2 라 할 때, 선분 O_1O_2 의 길이를 구하시오. [4점]

5



$\frac{3}{2}r$ $(0, a)$ $x^2+(y-a)^2=r^2$
 $\frac{1}{2}r$ $(2, 0)$ $\rightarrow 4+a^2=r^2$

$(0, a) \sim 2x-y+6=0$

$\frac{|-a+6|}{\sqrt{5}} = r$

$(6-a)^2 = 5r^2$

$a^2-12a+36 = 5a^2+20$

$4a^2+12a-16=0$

$a^2+3a-4=0$

$(a+4)(a-1)=0 \quad a=-4, 1 \quad \frac{3}{2}r \text{ } (0, -4), (0, 1)$

$\therefore \overline{O_1O_2} = 5$

27. 두 자연수 $a, b (b \leq 20)$ 에 대하여

전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{x | x \text{는 } a \text{의 배수}, x \in U\},$$

$$B = \{x | x \text{는 } b \text{의 약수}, x \in U\}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\{3, 6\} \subset A \cap B$
 (나) $n(B - A) = 2$

집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합을 최솟값을 구하시오. [4점]

27

$3 \in A \quad \therefore a = 1 \text{ or } 3$
 $6 \in A$
 $3 \in B \quad b = 6, 12, 18$
 $6 \in B \quad b = 6, 12, 18$

a	b	$n(B-A)$
1	6	0
	12	0
	18	0
3	6	2
	12	3
	18	2

$a=3, b=6 \rightarrow A-B = \{9, 12, 15, 18\}$
 $a=3, b=18 \rightarrow A-B = \{12, 15\}$

최솟값
 $12+15=27$

28. 두 이차다항식 $P(x), Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{P(x)\}^2 - \{Q(x)\}^2 = x^2(x-1)(x-2)$$

이다.

(나) $|P(2) - Q(2)| < |P(1) - Q(1)|$

$P(3) + Q(3) = 24$ 일 때, $P(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(P+Q)(P-Q) = x^2(x-1)(x-2)$$

25

$a \neq 0$
 $P-Q$
 $a x^2$
 $a x(x-1)$
 $a x(x-2)$
 $a(x-1)(x-2)$

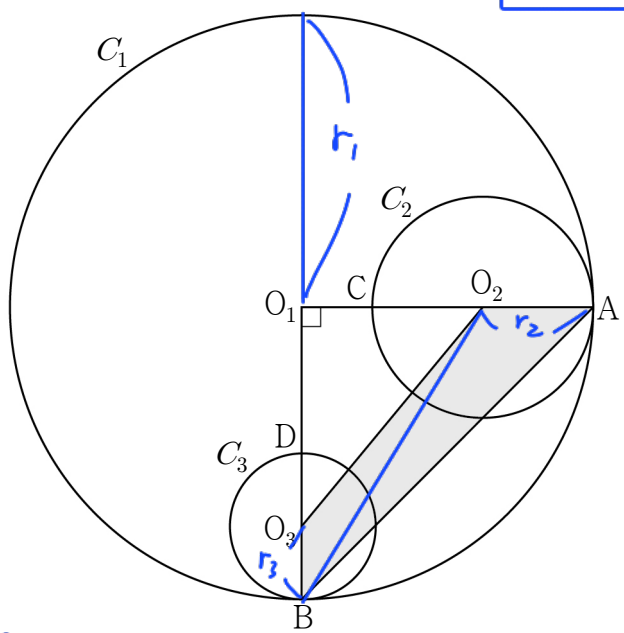
$|P+Q| < |P-Q|$
 $|4a| > |a|$
 $|2a| > 0$
 $0 < |a|$
 $0 = 0$

$\therefore P(x) - Q(x) = a x(x-2)$
 $P(x) + Q(x) = \frac{1}{a} x(x-1)$
 $P(3) + Q(3) = \frac{6}{a} = 24, \quad a = \frac{1}{4}$
 $2P(x) = \frac{1}{4} x(x-2) + 4x(x-1)$
 $2P(4) = 2 + 4 \cdot 6 = 50 \quad \therefore P(4) = 25$

29. 그림과 같이 중심이 O_1 인 원 C_1 위에 두 점 A, B를 $\angle BO_1A = 90^\circ$ 가 되도록 잡는다. 선분 O_1A 위의 점 C에 대하여 선분 AC를 지름으로 하는 원을 C_2 , 선분 O_1B 위의 점 D에 대하여 선분 BD를 지름으로 하는 원을 C_3 이라 하고, 두 원 C_2, C_3 의 중심을 각각 O_2, O_3 이라 하자.

사각형 AO_2O_3B 의 넓이가 34이고 $\overline{O_1C} + \overline{O_1D} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 세 원 C_1, C_2, C_3 의 넓이의 합이 $p\pi$ 이다. p 의 값을 구하시오. (단, 점 C는 점 A도 아니고 점 O_1 도 아니며, 점 D는 점 B도 아니고 점 O_1 도 아니다.) [4점]

154



$$\begin{aligned} \overline{O_1O_2} &= r_1 - r_2 \\ \overline{O_1O_3} &= r_1 - r_3 \end{aligned} \quad \overline{O_1C} + \overline{O_1D} = (r_1 - 2r_2) + (r_1 - 2r_3) = 6\sqrt{2}$$

$$r_1 - r_2 - r_3 = 3\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \square AO_2O_3B &= \frac{1}{2}(\overline{O_3B} \times \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A} \times \overline{O_1O_3}) \\ &= \frac{1}{2}(r_3(r_1 - r_2) + r_2(r_1)) = 34 \end{aligned}$$

$$r_1 r_3 - r_2 r_3 + r_1 r_2 = 68$$

$$(r_1 - r_2 + r_3)^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - 2(r_1 r_2 + r_1 r_3 - r_2 r_3) = 18$$

$$\therefore r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 154$$

$$\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi r_3^2 = 154\pi$$

30. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 두 집합

$$\begin{aligned} X &= \{x \mid |f(x)| = 1, x \text{는 실수}\}, \\ Y &= \{x \mid |g(x)| = 1, x \text{는 실수}\} \end{aligned}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $n(X \cap Y) = 3, n(X \cup Y) = 4$ $n(X), n(Y) \geq 3$
 (나) 집합 $X \cap Y$ 의 모든 원소의 합은 3이고
 집합 $X \cup Y$ 의 모든 원소의 합은 8이다.

$f(2) < f(1)$ 일 때, $f(7) - g(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

36

$n(X \cap Y) = 3, n(X \cup Y) = 4$
 $a + b + c = 3, d = 5$
 $a < b < c$
 $f(x) = a(x-a)(x-b) - 1$
 $g(x) = -c(x-b)(x-c) + 1$
 $f(1) < f(2)$
 $f(x) = a(x-1)(x-3) - 1$
 $g(x) = -\frac{c}{4}(x-1)(x-3) + 1$
 $f(7) - g(9) = 5 - (-31) = 36$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.