2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

$\sqrt[3]{5}\times 25^{\frac{1}{3}}$의 값은? [2점][1](2025-확률과통계1/미적분1/기하1)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

함수 $f(x)=x^3-8x+7$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값은? [2점][2](2025-확률과통계2/미적분2/기하2)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

첫째항과 공비가 모두 양수 k인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\frac{a_4}{a_2}+\frac{a_2}{a_1}=30$$

을 만족시킬 때, k의 값은? [3점][3](2025-확률과통계3/미적분3/기하3)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

함수

$$f(x)=\begin{cases}5x+a & (x<-2)\\ x^2-a & (x\geq -2)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점][4](2025-확률과통계4/미적분4/기하4)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

함수 $f(x)=(x^2+1)(3x^2-x)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점][5](2025-확률과통계5/미적분5/기하5)

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{5}$일 때, $\frac{\sin\theta}{1-\cos^2\theta}$의 값은? [3점][6](2025-확률과통계6/미적분6/기하6)

① -5 ② $-\sqrt{5}$ ③ 0 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{0}^{x} f(t)dt = 3x^3 + 2x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [3점][7](2025-확률과통계7/미적분7/기하7)

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

두 실수 $a = 2\log\frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$, $b = \log 2$에 대하여 $a \times b$의 값은? [3점][8](2025-확률과통계8/미적분8/기하8)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

함수 $f(x) = 3x^2 - 16x - 20$에 대하여

$$\int_{-2}^{a} f(x)dx = \int_{-2}^{0} f(x)dx$$

일 때, 양수 a의 값은? [4점][9](2025-확률과통계9/미적분9/기하9)

① 16 ② 14 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

닫힌구간 $[0,\ 2\pi]$에서 정의된 함수 $f(x) = a\cos bx + 3$이 $x = \frac{\pi}{3}$에서 최댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여 $a+b$의 최솟값은? [4점][10](2025-확률과통계10/미적분10/기하10)

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

시각 $t=0$일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 6t$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점][11](2025-확률과통계11/미적분11/기하11)

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

$a_1=2$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=2$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=\frac{1}{2}n^2$$

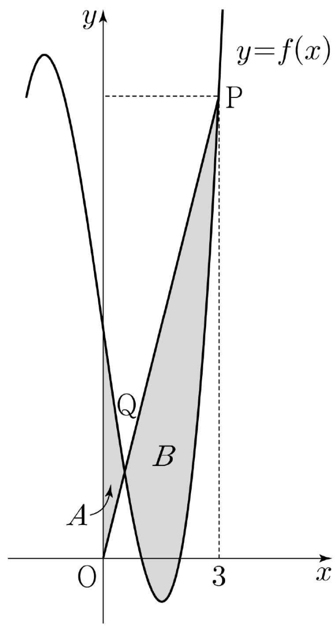
을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값은? [4점][12](2025-확률과통계12/미적분12/기하12)

① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

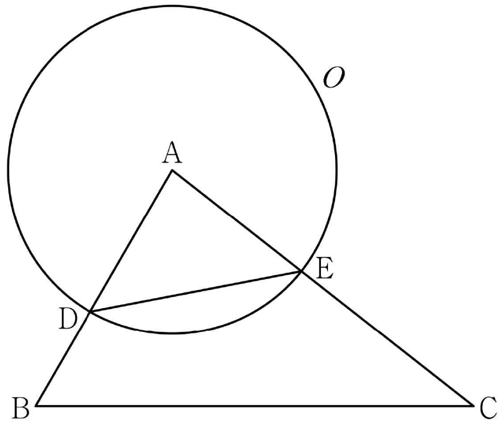
$f(1)=f(2)=0$, $f'(0)=-7$

을 만족시킨다. 원점 O와 점 P$(3,\ f(3))$에 대하여 선분 OP가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 선분 OQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $B-A$의 값은? [4점][13](2025-확률과통계13/미적분13/기하13)



① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{39}{4}$ ③ $\frac{41}{4}$ ④ $\frac{43}{4}$ ⑤ $\frac{45}{4}$

그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 AB 위에 $\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{DB}}=3:2$인 점 D를 잡고, 점 A를 중심으로 하고 점 D를 지나는 원을 O, 원 O와 선분 AC가 만나는 점을 E라 하자.
$\sin A:\sin C=8:5$이고, 삼각형 ADE와 삼각형 ABC의 넓이의 비가 $9:35$이다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PBC의 넓이의 최댓값은? (단, $\overline{\mathrm{AB}}<\overline{\mathrm{AC}}$) [4점][14](2025-확률과통계14/미적분14/기하14)



① $18+15\sqrt{3}$ ② $24+20\sqrt{3}$ ③ $30+25\sqrt{3}$
④ $36+30\sqrt{3}$ ⑤ $42+35\sqrt{3}$

상수 $a(a\neq 3\sqrt{5})$와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수
$$g(x)=\begin{cases} x^3+ax^2+15x+7 & (x\leq 0) \\ f(x) & (x>0) \end{cases}$$
이 다음 조건을 만족시킨다.
(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) x에 대한 방정식 $g'(x)\times g'(x-4)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
$g(-2)+g(2)$의 값은? [4점][15](2025-확률과통계15/미적분15/기하15)
① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

방정식
$$\log_2(x-3)=\log_4(3x-5)$$
를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점][16](2025-확률과통계16/미적분16/기하16)

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=9x^2+4x$이고 $f(1)=6$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점][17](2025-확률과통계17/미적분17/기하17)

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$a_n + a_{n+4} = 12$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값을 구하시오. [3점][18](2025-확률과통계18/미적분18/기하18)

양수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x$

라 하자. 함수 $f(x)$의 극댓값이 $\frac{7}{27}$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [3점][19](2025-확률과통계19/미적분19/기하19)

곡선 $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$과 직선 $y = x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$x > k$인 모든 실수 x에 대하여

$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$이고 $f(f(x)) = 3x$이다.

$f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right)$의 값을 구하시오. [4점][20](2025-확률과통계20/미적분20/기하20)

함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b에 대하여 $f(1)$의 최댓값을 구하시오. [4점][21](2025-확률과통계21/미적분21/기하21)

모든 실수 α에 대하여 $\lim_{x \to \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$의 값이 존재한다.

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_1|$의 값의 합을 구하시오. [4점][22] (2025-확률과통계22/미적분22/기하22)

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-3 & (|a_n|\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n=0\text{ 또는 }|a_n|\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m|=|a_{m+2}|$인 자연수 m의 최솟값은 3이다.

다항식 $(x^3+2)^5$의 전개식에서 x^6의 계수는? [2점][23](2025-확률과통계23)

① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{5}$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점][24](2025-확률과통계24)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 256인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a\le m\le b$이다. $b-a$의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [3점][25](2025-확률과통계25)

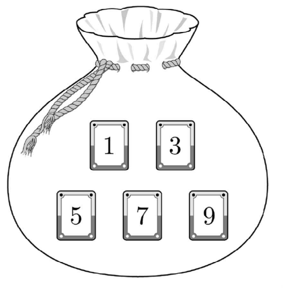
① 0.49 ② 0.52 ③ 0.55 ④ 0.58 ⑤ 0.61

어느 학급의 학생 16명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 과목 A와 과목 B 중 하나를 선택하였고, 과목 A를 선택한 학생은 9명, 과목 B를 선택한 학생은 7명이다. 이 조사에 참여한 학생 16명 중에서 임의로 3명을 선택할 때, 선택한 3명의 학생 중에서 적어도 한 명이 과목 B를 선택한 학생일 확률은? [3점][26](2025-확률과통계26)

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{17}{20}$ ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

숫자 1, 3, 5, 7, 9가 각각 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1장의 카드를 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 3번 반복하여 확인한 세 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자. $\mathrm{V}(a\overline{X}+6)=24$일 때, 양수 a의 값은? [3점][27] (2025-확률과통계27)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to X$의 개수는? [4점][28] (2025-확률과통계28)

(가) $f(1)\times f(6)$의 값이 6의 약수이다.

(나) $2f(1)\le f(2)\le f(3)\le f(4)\le f(5)\le 2f(6)$

① 166 ② 171 ③ 176 ④ 181 ⑤ 186

정규분포 $\mathrm{N}(m_1, \sigma_1^2)$을 따르는 확률변수 X와 정규분포 $\mathrm{N}(m_2, \sigma_2^2)$을 따르는 확률변수 Y가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x에 대하여

$\mathrm{P}(X\le x)=\mathrm{P}(X\ge 40-x)$이고

$\mathrm{P}(Y\le x)=\mathrm{P}(X\le x+10)$이다.

$\mathrm{P}(15\le X\le 20)+\mathrm{P}(15\le Y\le 20)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것이 0.4772일 때, $m_1+\sigma_2$의 값을 구하시오. (단, σ_1과 σ_2는 양수이다.) [4점][29] (2025-확률과통계29)

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

탁자 위에 5개의 동전이 일렬로 놓여 있다. 이 5개의 동전 중 1번째 자리와 2번째 자리의 동전은 앞면이 보이도록 놓여 있고, 나머지 자리의 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 놓여 있다.

이 5개의 동전과 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k일 때,
$k \leq 5$이면 k번째 자리의 동전을 한 번 뒤집어 제자리에 놓고,
$k=6$이면 모든 동전을 한 번씩 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 이 5개의 동전이 모두 앞면이 보이도록 놓여 있을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점][30](2025-확률과통계30)

$\lim_{x \to 0} \dfrac{3x^2}{\sin^2 x}$의 값은? [2점][31](2025−미적분23)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

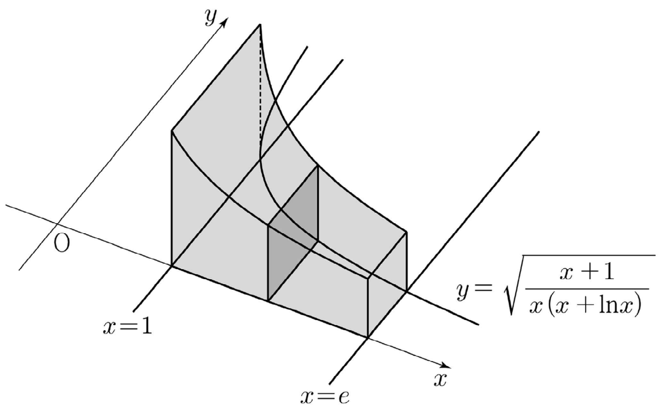
$\displaystyle\int_0^{10} \frac{x+2}{x+1}dx$의 값은? [3점][32](2025−미적분24)

① $10+\ln 5$ ② $10+\ln 7$ ③ $10+2\ln 3$
④ $10+\ln 11$ ⑤ $10+\ln 13$

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n \to \infty} \dfrac{na_n}{n^2+3} = 1$일 때, $\lim_{n \to \infty} (\sqrt{a_n^2+n} - a_n)$의 값은? [3점][33](2025−미적분25)

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\dfrac{x+1}{x(x+\ln x)}}$ 과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=e$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점][34](2025−미적분26)



① $\ln(e+1)$ ② $\ln(e+2)$ ③ $\ln(e+3)$
④ $\ln(2e+1)$ ⑤ $\ln(2e+2)$

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=f(e^x)+e^x$

이라 하자. 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(0,\ g(0))$에서의 접선이 x축이고 함수 $g(x)$가 역함수 $h(x)$를 가질 때, $h'(8)$의 값은? [3점][35](2025-미적분27)

① $\frac{1}{36}$　② $\frac{1}{18}$　③ $\frac{1}{12}$　④ $\frac{1}{9}$　⑤ $\frac{5}{36}$

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$f'(x)=-x+e^{1-x^2}$

이다. 양수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$라 하자. $g(1)+g'(1)$의 값은? [4점][36](2025-미적분28)

① $\frac{1}{2}e+\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{2}e+\frac{2}{3}$　③ $\frac{1}{2}e+\frac{5}{6}$

④ $\frac{2}{3}e+\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{2}{3}e+\frac{2}{3}$

등비수열 $\{a_n\}$이

$\sum_{n=1}^{\infty}(|a_n|+a_n)=\frac{40}{3}$, $\sum_{n=1}^{\infty}(|a_n|-a_n)=\frac{20}{3}$

을 만족시킨다. 부등식

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{2n}\left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}}\times a_{m+k}\right)>\frac{1}{700}$

을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점][37](2025-기하29)

두 상수 $a(1\le a\le 2)$, b에 대하여 함수

$f(x)=\sin(ax+b+\sin x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$, $f(2\pi)=2\pi a+b$

(나) $f'(0)=f'(t)$인 양수 t의 최솟값은 4π이다.

함수 $f(x)$가 $x=\alpha$에서 극대인 α의 값 중 열린구간 $(0,\ 4\pi)$에 속하는 모든 값의 집합을 A라 하자. 집합 A의 원소의 개수를 n, 집합 A의 원소 중 가장 작은 값을 α_1이라 하면,

$n\alpha_1-ab=\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점][38](2025-미적분30)

두 벡터 $\vec{a}=(k,\ 3)$, $\vec{b}=(1,\ 2)$에 대하여 $\vec{a}+3\vec{b}=(6,\ 9)$일 때, k의 값은? [2점][39](2025-기하23)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 0)$이고, 준선이 $x=-1$인 포물선이 점 $(3,\ a)$를 지날 때, 양수 a의 값은? [3점][40](2025-기하24)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(a,\ b,\ 6)$, $\mathrm{B}(-4,\ -2,\ c)$에 대하여 선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점이 z축 위에 있고, 선분 AB를 $3:2$로 외분하는 점이 xy평면 위에 있을 때, $a+b+c$의 값은? [3점][41](2025-기하25)

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

자연수 $n(n\geq 2)$에 대하여 직선 $x=\dfrac{1}{n}$이 두 타원

$C_1:\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1$, $C_2:\ 2x^2+\dfrac{y^2}{2}=1$

과 만나는 제1사분면 위의 점을 각각 P, Q라 하자.

타원 C_1 위의 점 P에서의 접선의 x절편을 α,

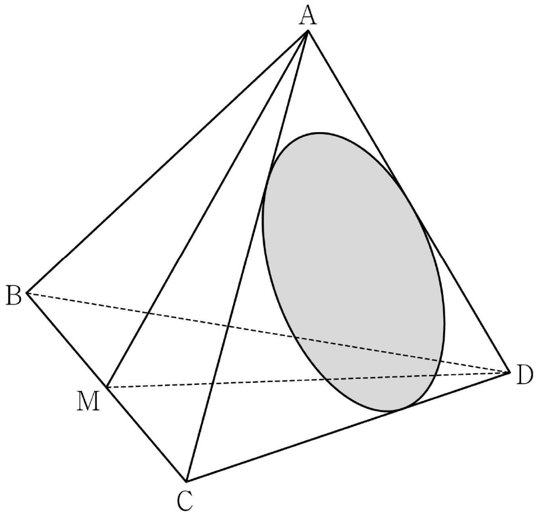
타원 C_2 위의 점 Q에서의 접선의 x절편을 β라 할 때,

$6\leq\alpha-\beta\leq 15$가 되도록 하는 모든 n의 개수는? [3점][42](2025-기하26)

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

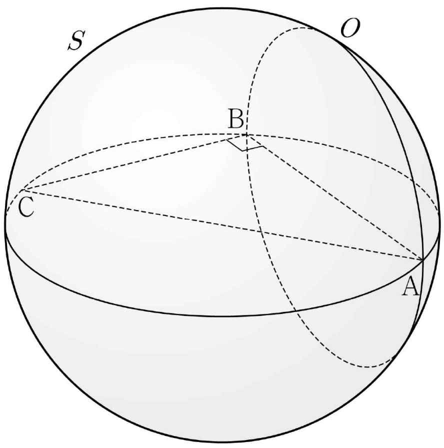
2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=4\sqrt{5}$인 사면체 ABCD에 대하여 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 삼각형 AMD가 정삼각형이고 직선 BC는 평면 AMD와 수직일 때, 삼각형 ACD에 내접하는 원의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는? [3점][43](2025-기하27)



① $\frac{\sqrt{10}}{4}\pi$ ② $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{8}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{10}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{12}\pi$

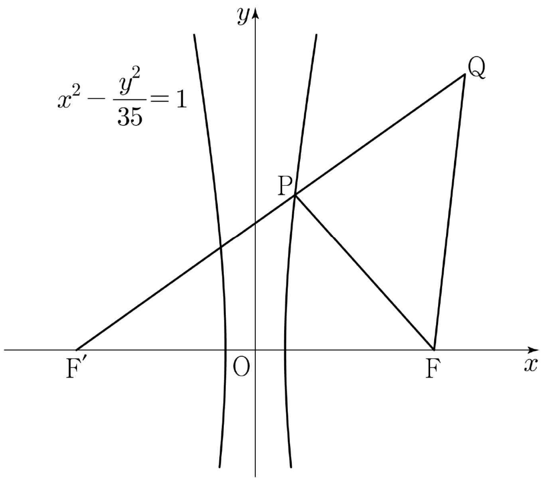
좌표공간에 $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=6$, $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 구 S가 있다. 직선 AB를 포함하고 평면 ABC에 수직인 평면이 구 S와 만나서 생기는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 중에서 직선 AC까지의 거리가 4인 서로 다른 두 점을 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는? [4점][44](2025-기하28)



① $\sqrt{43}$ ② $\sqrt{47}$ ③ $\sqrt{51}$ ④ $\sqrt{55}$ ⑤ $\sqrt{59}$

두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)(c>0)$인 쌍곡선 $x^2-\frac{y^2}{35}=1$이 있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점 P에 대하여 직선 PF′ 위에 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PF}}$인 점 Q를 잡자.

삼각형 QF′F와 삼각형 FF′P가 서로 닮음일 때, 삼각형 PFQ의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{5}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $\overline{\mathrm{PF'}}<\overline{\mathrm{QF'}}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점][45](2025-기하29)



좌표평면에 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다.

$|\overrightarrow{\mathrm{XB}}+\overrightarrow{\mathrm{XC}}|=|\overrightarrow{\mathrm{XB}}-\overrightarrow{\mathrm{XC}}|$

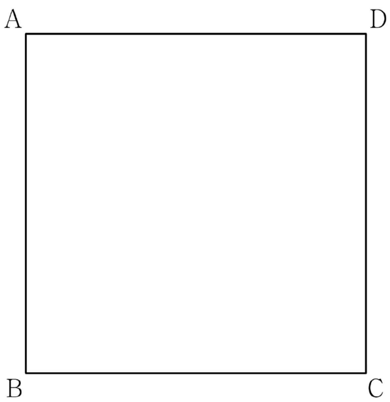
를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 S라고 하자.

도형 S 위의 점 P에 대하여

$4\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\overrightarrow{\mathrm{PB}}+2\overrightarrow{\mathrm{PD}}$

를 만족시키는 점을 Q라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자.

$M\times m$의 값을 구하시오. [4점][46](2025-기하30)



2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

1) [풀이]

$$\sqrt[3]{5}\times 25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}=5$$

답 ⑤

2) [풀이]

$f'(x)=3x^2-8$이므로

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=f'(2)=4$$

답 ④

3) [풀이]

$$\frac{a_4}{a_2}+\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_2\times k^2}{a_2}+\frac{a_1\times k}{a_1}$$

$=k^2+k=30$, $(k+6)(k-5)=0$

$\therefore\ k=5$

답 ⑤

4) [풀이]

함수의 연속의 정의에 의하여

$\lim\limits_{x\to -2} f(x)=f(2)$, 즉 $-10+a=4-a$

$\therefore\ a=7$

답 ②

5) [풀이]

$f'(x)=2x(3x^2-x)+(x^2+1)(6x-1)$

$\therefore\ f'(1)=14$

답 ④

6) [풀이]

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta=-\frac{1}{5}$, $\sin\theta=\frac{1}{5}$

$$\therefore\ \frac{\sin\theta}{1-\cos^2\theta}=\frac{\sin\theta}{\sin^2\theta}=\frac{1}{\sin\theta}=5$$

답 ⑤

7) [풀이]

문제에서 주어진 등식의 양변을 미분하면

$f(x)=9x^2+2$

$\therefore\ f(1)=11$

답 ③

8) [풀이]

$$a=2\log\frac{1}{\sqrt{10}}+\log_2 20$$

$$=2\log 10^{-\frac{1}{2}}+\log_2(2\times 10)$$

$=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1+\log_2 10$

$=\log_2 10$이고 $b=\log_{10} 2$이므로

$\therefore\ a\times b=1$

답 ①
9) [풀이]

$\int_{-2}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{a} f(x)dx=\int_{-2}^{0} f(x)dx$

$\int_{0}^{a} f(x)dx=0$, 즉

$\left[x^3-8x^2-20x\right]_0^a=a^3-8a^2-20a=0$,

$a(a-10)(a+2)=0$

$\therefore\ a=10$

답 ④
10) [풀이]

함수 $f(x)$의 주기는 $\frac{2}{b}\pi$이므로

$\frac{\pi}{3}=\frac{2}{b}\pi,\ \frac{4}{b}\pi,\ \cdots$

$b=6,\ 12,\ \cdots$

$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=a\cos 2\pi+3=a+3=13,\ a=10$

따라서 $a+b$의 최솟값은 16이다.

답 ③
11) [풀이]

점 P의 시각 t에서의 속도와 가속도를 각각 v, a라고 하면

$v(t)=3t^2-3t-6=3(t-2)(t+1)=0,\ t=2$

$t=2$의 좌우에서 $v(t)$의 부호가 음$(-)$에서 양$(+)$으로 바뀌므로 점 P의 운동 방향이 바뀐다.

$a(t)=6t-3$

$\therefore\ a(2)=9$

답 ②
12) [풀이]

문제에서 주어진 등식에 $n=1$을 대입하면

$\sum_{k=1}^{1}\frac{a_k}{b_{k+1}}=\frac{a_1}{b_2}=\frac{1}{2},\ b_2=2a_1=4$

일반항 b_n은

$b_n=b_1+(n-1)(b_2-b_1)=2n\ (n\geq 1)$

$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=\frac{1}{2}n^2$,

$\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_{k+1}}=\frac{1}{2}(n-1)^2 \ (n\ge 2)$

위의 두 등식을 변변히 빼면

$\frac{a_n}{b_{n+1}}=n-\frac{1}{2}$, $a_n=2n^2+n-1 \ (n\ge 1)$

$\therefore \ \sum_{k=1}^{5}a_k=2\times\frac{5\times6\times11}{6}+\frac{4\times5}{2}=120$

답 ①

13) [풀이]

함수 $f(x)$의 방정식을

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-p)$

$f'(x)=(x-2)(x-p)+(x-1)(x-p)$

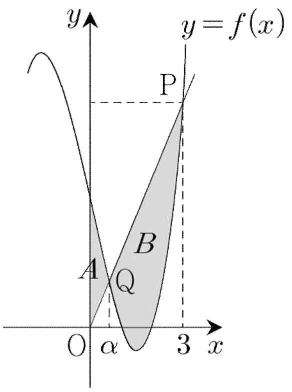
$+(x-1)(x-2)$

$f'(0)=3p+2=-7$, $p=-3$,

즉 $f(x)=(x-1)(x-2)(x+3)$

$f(3)=12$이므로 직선의 방정식은 $y=4x$이다.

이제 문제에서 주어진 곡선과 직선의 교점의 x좌표를 α라고 하자. (아래 그림)



$B-A=\int_{\alpha}^{3}(4x-f(x))dx-\int_{0}^{\alpha}(f(x)-4x)dx$

$=\int_{\alpha}^{3}(4x-f(x))dx+\int_{0}^{\alpha}(4x-f(x))dx$

$=\int_{0}^{3}(4x-f(x))dx$

$=\int_{0}^{3}(-x^3+11x-6)dx$

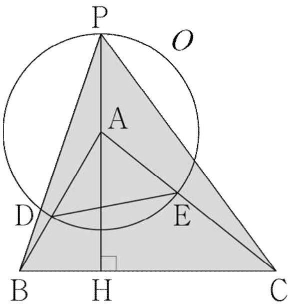
$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{11}{2}x^2-6x\right]_0^3$

$=\frac{45}{4}$

답 ⑤

14) [풀이]

점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



위의 그림처럼 세 점 P, A, H가 이 순서대로 한 직선 위에 있으면 삼각형 PBC의 넓이는 최대가 된다.

문제에서 주어진 비례식에서

$\overline{\mathrm{AD}}=3k$, $\overline{\mathrm{DB}}=2k$

원의 정의에서

$\overline{\mathrm{AE}}=3k$

($\triangle$ADE의 넓이):($\triangle$ABC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 9k^2\times\sin A:\frac{1}{2}\times 5k\times\overline{\mathrm{AC}}\times\sin A$

$=9k:5\overline{\mathrm{AC}}=9:35$에서 $\overline{\mathrm{AC}}=7k(\overline{\mathrm{EC}}=4k)$

삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin A}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sin C}$, 즉

$\sin A:\sin C=\overline{\mathrm{BC}}:5k=8:5$, $\overline{\mathrm{BC}}=8k$

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\cos A=\frac{5^2+7^2-8^2}{2\times5\times7}=\frac{1}{7}$, $\sin A=\frac{4\sqrt{3}}{7}$

삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin A}=2R$, 즉

$\overline{\mathrm{BC}}=2\times7\times\frac{4\sqrt{3}}{7}=8\sqrt{3}=8k$, $k=\sqrt{3}$

직각삼각형 AHC에서

$\overline{\mathrm{AH}}=7\sqrt{3}\times\frac{5}{8}\times\frac{4\sqrt{3}}{7}=\frac{15}{2}$ $(\because \sin C=\frac{5}{8}\sin A)$

따라서 삼각형 PBC의 넓이의 최댓값은

$\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times\left(\frac{15}{2}+3\sqrt{3}\right)$

$=36+30\sqrt{3}$

답 ④

15) [풀이]

함수 $g(x)$의 도함수는

$$g'(x)=\begin{cases}3x^2+2ax+15 & (x<0)\\ f'(x) & (x>0)\end{cases}$$

(가): 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 연속이고, 미분가능하므로

$\lim_{x\to0+}g(x)=g(0)$, $\lim_{x\to0-}g(x)=\lim_{x\to0+}g(x)$, 즉

$f(0)=7$, $f'(0)=15$ …㉠

이때, 이차함수 $f(x)$의 최고차항의 계수가 음수이므로 이 함수의 대칭축은 제1사분면&제4사분면을 지난다. 즉, $f'(\gamma)=0$인 $\gamma(>0)$가 존재한다.

(나): 만약 이차방정식 $g'(x)=0(x<0)$이 실근을 갖지 않으면

방정식 $g'(x)\times g'(x-4)=0(\cdots(*))$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

이차방정식 $g'(x)=0$의 두 실근을 α, β라고 하면

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha\beta=\frac{15}{3}=5$$

이때, 두 실수 α, β의 부호는 같다.

만약 α, β가 모두 양수이면 $x\le0$일 때, 방정식 $g'(x)=0$은 실근을 갖지 않으므로 방정식 (*)의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. 이는 가정에 모순이다.

따라서 α, β는 모두 음수이다.

$\alpha=\beta$라고 가정하자.

이차방정식 $g'(x)=0$의 판별식을 D라고 하면

$D/4=a^2-45=0$일 때, $a=-3\sqrt{5}\,(\because a\neq3\sqrt{5})$

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

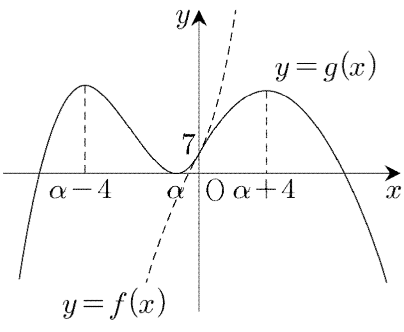
$$\alpha+\beta=-\frac{2a}{3}=2\sqrt{5}>0$$

그런데 $\alpha=\beta<0$이므로 이는 가정에 모순이다.

따라서 $\alpha\neq\beta$이고, α, β는 모두 음수이다.

아래 그림처럼 $\beta=\alpha-4$, $\gamma=\alpha+4$로 두면 방정식 (*)의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

이때, 방정식 (*)의 해집합은 $\{\beta,\ \alpha,\ \gamma,\ \gamma+4\}$이다.



$(\alpha-4)\alpha=5$, $(\alpha-5)(\alpha+1)=0$,

$\alpha=-1$, $\beta=-5$, $\gamma=3$

이차방정식 $g'(x)=0$에서 근과 계수와의 관계에 의하여

$-6=-\frac{2a}{3}$, $a=9$

함수 $f(x)$의 방정식을

$f(x)=p(x-3)^2+q \ (p<0)$

로 두면 ㉠에서

$f(0)=9p+q=7$,

$f'(0)=-6p=15(\because f'(x)=2p(x-3))$,

$p=-\frac{5}{2}$, $q=\frac{59}{2}$, $f(x)=-\frac{5}{2}(x-3)^2+\frac{59}{2}$

함수 $g(x)$의 방정식은

$$g(x)=\begin{cases} x^3+9x^2+15x+7 & (x \le 0) \\ -\frac{5}{2}(x-3)^2+\frac{59}{2} & (x>0) \end{cases}$$

$\therefore \ g(-2)+g(2)=5+27=32$

답 ②
16) [풀이]

진수의 조건에 의하여 $x>3$

$\log_2(x-3)^2=\log_2(3x-5)$,

$(x-3)^2=3x-5$, $x^2-9x+14=0$,

$(x-2)(x-7)=0$, $\therefore \ x=7$

답 7
17) [풀이]

$f(x)=\int f'(x)dx=3x^3+2x^2+C$

(단, C는 적분상수)

$f(1)=5+C=6$, $C=1$

$\therefore \ f(2)=33$

답 33
18) [풀이]

문제에서 주어진 등식에 $n=1$, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12를 대입하면

$a_1+a_5=12$, $a_2+a_6=12$,

$a_3+a_7=12$, $a_4+a_8=12$,

$a_9+a_{13}=12$, $a_{10}+a_{14}=12$,

$a_{11}+a_{15}=12$, $a_{12}+a_{16}=12$

위의 등식을 변변히 모두 합하면

$\therefore \ \sum_{n=1}^{16} a_n=12\times 8=96$

답 96
19) [풀이]

함수 $f(x)$의 도함수는

$f'(x)=6x^2-6ax-12a^2=6(x-2a)(x+a)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-a(<0),\ x=2a(>0)$

함수 $f(x)$는 $x=-a$에서 극댓값을 가지므로

$f(-a)=7a^3=\dfrac{7}{27},\ a=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ f(3)=54-9-12\times\dfrac{1}{9}\times3=41$

답 41

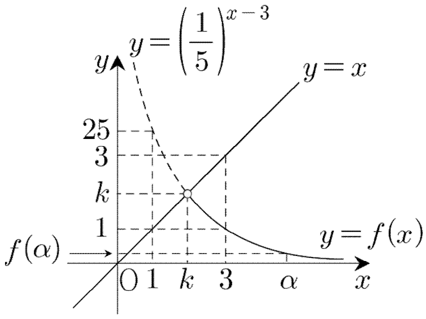
20) [풀이]

곡선 $y=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x-3}$과 직선 $y=x$의 교점의 x좌표가 k이므로

$\left(\dfrac{1}{5}\right)^{k-3}=k,\ \dfrac{1}{k\times5^k}=5^{-3},$

$\dfrac{1}{k^3\times5^{3k}}=5^{-9}$

에서 $f(5^{-9})$의 값을 구하면 된다.



위의 그림에서 사잇값 정리에 의하여

$1<k<3$이고, $\alpha>3$일 때,

$0<f(\alpha)<1$이고, $f(f(\alpha))=3\alpha$

$f(\alpha)=5^{3-\alpha}=5^{-9}$이면 $\alpha=12$이므로

$f(f(12))=f(5^{-9})=3\times12=36$

$\therefore\ f\left(\dfrac{1}{k^3\times5^{3k}}\right)=36$

답 36

21) [풀이]

삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 반드시 만나므로

삼차방정식 $f(x)=0$의 한 실근을 α라고 하자.

$f(\alpha)=0$이고, $\displaystyle\lim_{x\to\alpha}\frac{f(2x+1)}{f(x)}$의 값이 존재하므로

$f(2\alpha+1)=0$

만약 $\alpha\neq2\alpha+1(\alpha\neq-1)$이면

$f(2\alpha+1)=0$이고, $\lim_{x\to 2\alpha+1}\frac{f(2x+1)}{f(x)}$의 값이 존재하므로

$f(4\alpha+3)=0$

이때, $4\alpha+3\neq 2\alpha+1$

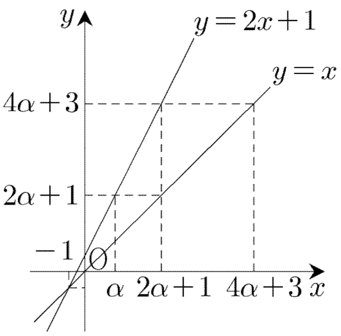
⋮

마찬가지의 방법으로

$f(8\alpha+7)=f(16\alpha+15)=\cdots$

이므로 방정식 $f(x)$의 실근을 모두 쓰면

$\alpha,\ 2\alpha+1,\ 4\alpha+3,\ 8\alpha+7,\ 16\alpha+15,\ \cdots$



그런데 삼차방정식의 실근의 개수는 최대 3이므로 이는 모순이다.

따라서 $\alpha=-1$이고, 방정식 $f(x)=0$의 실근은 -1이 유일하다.

$f(-1)=-1+a-b+4=0$,

$b=a+3$ $\cdots$㉠

함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=(x+1)(x^2+(a-1)x+4)$

만약 이차방정식 $x^2+(a-1)x+4=0$가 $x=-1$을 실근을 가지면

$a=6$, 이를 대입하면

$x^2+5x+4=0$, $(x+1)(x+4)=0$,

$x=-1$ 또는 $x=-4$

이때, 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 가지므로 문제에서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 $a\neq 6$

방정식 $f(x)=0$을 풀면

$x=-1$ 또는 $x^2+(a-1)x+4=0$($\cdots$㉡)

이차방정식 ㉡이 실근을 갖지 않으므로

(판별식)$=(a-1)^2-4\times 4<0$, $-3<a<5$

정수 a가 가질 수 있는 값은 $-2,\ -1,\ 0,\ \cdots,\ 4$이다.

$f(1)=2\times(a+4)\leq 16$

단, 등호는 $a=4$, $b=7$($\because$㉠)일 때 성립한다.

답 16

[참고]
삼차방정식 $f(x)=0$의 해집합이 $\{-1\}$임을 다음과 같이 보여도 좋다.
삼차방정식 $f(x)=0$이 서로 다른 두 실근 α, β를 갖는다고 하자. (한 실근은 중근이다.)
방정식 $f(2x+1)=0$은 서로 다른 두 실근 $\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$을 가지므로
$\{\alpha,\ \beta\}=\left\{\frac{\alpha-1}{2},\ \frac{\beta-1}{2}\right\}$
$\alpha=\frac{\alpha-1}{2}$이면 $\alpha=-1$이고,
$\beta=\frac{\beta-1}{2}$에서 $\beta=-1$이다.
이는 가정에 모순이다. 따라서
$\alpha=\frac{\beta-1}{2}$, $\beta=\frac{\alpha-1}{2}$
그런데 이 연립방정식을 풀면
$\alpha=\beta=-1$
이다. 따라서 삼차방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖지 않는다. (즉, 실근이 유일하다.)
이때, $f(\alpha)=0$이면 $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(2x+1)}{f(x)}$의 값이 존재하므로
$f(2\alpha+1)=0$
$\alpha=2\alpha+1$에서 $\alpha=-1$
22) [풀이]
(나): $|a_3|=|a_5| \Leftrightarrow a_5=\pm a_3$
이고, $|a_1|\neq|a_3|$, $|a_2|\neq|a_4|$이어야 한다.
(가)에서 주어진 귀납적 정의에 의하여
- $|a_3|$이 홀수인 경우

$a_4=a_3-3=$(짝수),
$a_5=\frac{1}{2}(a_3-3)=\pm a_3(\because$ (나))
풀면 $a_3=-3$ 또는 $a_3=1$
- $|a_3|$이 0 또는 짝수인 경우

$a_4=\frac{1}{2}a_3$
$|a_4|$가 홀수인 경우 $a_5=\frac{1}{2}a_3-3=\pm a_3(\because$ (나))
풀면 $a_3=-6$ 또는 $a_3=2$
$|a_4|$가 0 또는 짝수인 경우 $a_5=\frac{1}{4}a_3=\pm a_3(\because$ (나))
풀면 $a_3=0$

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

마찬가지의 방법으로

<table>
<tr><th>a_1</th><th>a_2</th><th>a_3</th><th>a_4</th><th>a_5</th></tr>
<tr><td>$\cancel{-3}$</td><td rowspan="2">-6</td><td rowspan="2">-3</td><td rowspan="2">-6</td><td rowspan="2">-3</td></tr>
<tr><td>$\cancel{-12}$</td></tr>
<tr><td>$\cancel{5}$</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">-2</td><td rowspan="2">-1</td></tr>
<tr><td>$\cancel{4}$</td></tr>
<tr><td>$\cancel{-6}$</td><td>-3</td><td rowspan="3">-6</td><td rowspan="3">-3</td><td rowspan="3">-6</td></tr>
<tr><td>-9</td><td rowspan="2">-12</td></tr>
<tr><td>-24</td></tr>
<tr><td>10</td><td>5</td><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">-2</td></tr>
<tr><td>7</td><td rowspan="2">4</td></tr>
<tr><td>8</td></tr>
<tr><td>6</td><td>3</td><td rowspan="3">0</td><td rowspan="3">0</td><td rowspan="3">0</td></tr>
<tr><td>$\cancel{3}$</td><td rowspan="2">0</td></tr>
<tr><td>$\cancel{0}$</td></tr>
</table>

그런데 $a_1=-3$, $a_2=-6$, $a_3=-3$인 경우는

$|a_1|=|a_3|$이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

이처럼 $|a_1|=|a_3|$ 또는 $|a_2|=|a_4|$인 경우를 모두 지우면 위의 표와 같다.

따라서 구하는 값은

$9+24+10+7+8+6=64$

답 64

23) [풀이]

주어진 다항식의 전개식의 일반항은

${}_5\mathrm{C}_r(x^3)^r2^{5-r}$에서 $x^{3r}=x^6$이면 $r=2$

따라서 x^6의 계수는

${}_5\mathrm{C}_2\times2^3=80$

답 ⑤

24) [풀이]

$\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A)$

이므로 두 사건 A, B는 서로 독립이다.

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(B)=\frac{1}{5}$

$\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{1}{5}=\frac{7}{10}$

답 ③

25) [풀이]

$n=256$, $\sigma=\dfrac{2}{\sqrt{256}}=\dfrac{1}{8}$이므로

모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\times\dfrac{1}{8}\le m\le\overline{x}+1.96\times\dfrac{1}{8}$

$\therefore\ b-a=2\times1.96\times\dfrac{1}{8}=0.49$

답 ①

26) [풀이]

선택한 3명의 학생이 모두 과목 A를 선택할 확률을 p라고 하면, 구하는 확률은 $1-p$이다.

$\therefore\ 1-p=1-\dfrac{{}_9\mathrm{C}_3}{{}_{16}\mathrm{C}_3}=1-\dfrac{3}{20}=\dfrac{17}{20}$

답 ③

27) [풀이]

모집단의 확률변수를 X라고 하면

$\mathrm{E}(X)=\dfrac{1+3+5+7+9}{5}=5$,

$\mathrm{V}(X)$

$=\dfrac{(1-5)^2+(3-5)^2+(5-5)^2+(7-5)^2+(9-5)^2}{5}$

$=8$

모집단에서 임의추출한 크기가 3인 표본의

표본평균 $\overline{X}$의 분산은

$\mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{\mathrm{V}(X)}{3}=\dfrac{8}{3}$

이므로

$\mathrm{V}(a\overline{X}+6)=a^2\times\mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{8}{3}a^2=24$

$\therefore\ a=3(\because a>0)$

답 ③

28) [풀이]

(나): 우선 $f(1)\le f(6)$임을 알 수 있다.

(가):

$f(1)\times f(6)=1$이면 $(f(1),\ f(6))$은

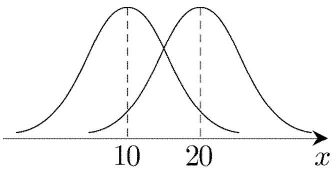
$(1,\ 1)$ (⋯(경우1))

$f(1)\times f(6)=2$이면 $(f(1),\ f(6))$은

$(1,\ 2)$ (⋯(경우2))

$f(1)\times f(6)=3$이면 $(f(1),\ f(6))$은

$(1,\ 3)$ (⋯(경우3))

$f(1) \times f(6) = 6$이면 $(f(1),\ f(6))$은
$(1,\ 6)$, $(2,\ 3)$ (…(경우4))
조건 (나)에서
(경우1): $2 \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5) \le 2$
함수 f의 개수는 1
(경우2): $2 \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5) \le 4$
함수 f의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_4 = {}_6\mathrm{C}_2 = 15$
(경우3): $2 \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5) \le 6$
함수 f의 개수는 ${}_5\mathrm{H}_4 = {}_8\mathrm{C}_4 = 70$
(경우4): $2 \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5) \le 6$
또는 $4 \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5) \le 6$
함수 f의 개수는 ${}_5\mathrm{H}_4 + {}_3\mathrm{H}_4 = 70 + 15 = 85$
따라서 함수 f의 개수는
$1 + 15 + 70 + 85 = 171$
답 ②
29) [풀이]
$\mathrm{P}(X \le x) = \mathrm{P}(X \ge 40 - x)$에서
확률변수 X의 확률밀도함수는
직선 $x = 20 (= \frac{0 + 40}{2})$에 대하여 대칭이다.
즉, $m_1 = 20$


$\mathrm{P}(Y \le x) = \mathrm{P}(X \le x + 10)$에서
두 확률변수 X, Y의 분산은 같다. 즉,
$\sigma_1 = \sigma_2$
그리고 위의 그림처럼 확률변수 Y의 확률밀도함수는 확률변수 X의 확률밀도함수를 x축의 방향으로 -10만큼 평행이동한 것이다.
$\mathrm{P}(15 \le X \le 20) + \mathrm{P}(15 \le Y \le 20)$
$= \mathrm{P}(15 \le X \le 20) + \mathrm{P}(25 \le X \le 30)$
($\because$ 구간 $[15,\ 20]$을 x축의 방향으로 10만큼 평행이동시키면 구간 $[25,\ 30]$이다.)
$= \mathrm{P}(15 \le X \le 20) + \mathrm{P}(10 \le X \le 15)$
($\because$ 구간 $[25,\ 30]$을 직선 $x = 20$에 대하여 대칭이동시키면 구간 $[10,\ 15]$이다.)
$= \mathrm{P}(10 \le X \le 20)$
$= \mathrm{P}\left(-\frac{10}{\sigma_1} \le Z \le 0\right)$

$=\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{10}{\sigma_1}\right)$

$=0.4772$

$\dfrac{10}{\sigma_1}=2,\ \sigma_1=5$

$\therefore\ m_1+\sigma_2=25$

답 25

[참고]

$\sigma_1=\sigma_2$임을 수식으로 엄밀하게 증명하면 다음과 같다.

$\mathrm{P}(Y \le x)=\mathrm{P}(X \le x+10)$

$\mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{x-10}{\sigma_2}\right)=\mathrm{P}\left(Z \le \dfrac{x-10}{\sigma_1}\right)$

$\dfrac{x-10}{\sigma_2}=\dfrac{x-10}{\sigma_1}$는 x에 대한 항등식이므로

$\therefore\ \sigma_1=\sigma_2$

30) [풀이]

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라고 하자.

• $k=6$인 경우가 세 번 나오는 경우

모든 시행을 끝낸 직후

TTHHH

이므로 앞면이 보이지 않는 동전이 있다.

• $k=6$인 경우가 두 번 나오는 경우

예를 들어 k가 6, 6, 3의 순서대로 나온다고 하면

HHTTT ⇨ TTHHH ⇨ HHTTT

⇨ HHHTT

이므로 앞면이 보이지 않는 동전이 있다.

• $k=6$인 경우가 한 번 나오는 경우

예를 들어 k가 1, 2, 6의 순서대로 나온다고 하면

HHTTT ⇨ THTTT

⇨ TTTTT ⇨ HHHHH

확률은 $3! \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{36}$

이때, $3!$은 1, 2, 6을 나열하는 방법의 수이다.

• $k=6$인 경우가 나오지 않는 경우

예를 들어 k가 3, 4, 5의 순서대로 나온다고 하면

HHTTT ⇨ HHHTT

⇨ HHHHT ⇨ HHHHH

확률은 $3!\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

이때, $3!$은 3, 4, 5를 나열하는 방법의 수이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{36}+\frac{1}{36}=\frac{1}{18}$

$\therefore\ p+q=19$

답 19

31) [풀이]

$$\lim_{x\to0}\frac{3x^2}{\sin^2 x}=\lim_{x\to0}\frac{3}{\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2}=3$$

답 ③

32) [풀이]

$$\int_0^{10}\frac{x+2}{x+1}dx$$

$$=\int_0^{10}\left(1+\frac{1}{x+1}\right)dx$$

$$=[x+\ln(x+1)]_0^{10}$$

$$=10+\ln 11$$

답 ④

33) [풀이1]

$\lim_{n\to\infty}\frac{na_n}{n^2+3}=1$에서 $a_n\approx n$이므로

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}(\sqrt{a_n^2+n}-a_n)$$

$$=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-n)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\sqrt{n^2+n}+n}$$

$$=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

답 ②

[풀이2]

$\frac{na_n}{n^2+3}=b_n$로 두면

$a_n=\frac{n^2+3}{n}b_n$, $\lim_{n\to\infty}b_n=1$

$\frac{a_n}{n} = \frac{n^2+3}{n^2} b_n$에서

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2+3}{n^2} b_n = 1 \times 1 = 1$

$\therefore \lim_{n\to\infty} (\sqrt{a_n^2+n} - a_n)$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{a_n^2+n}+a_n}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 + \frac{1}{n}} + \frac{a_n}{n}}$

$= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

답 ②
34) [풀이]

구하는 부피를 V라고 하자.

$t = x + \ln x$로 두면 $dt = \left(1+\frac{1}{x}\right)dx$이고,

$x=1$일 때 $t=1$, $x=e$일 때 $t=e+1$

$V = \int_1^e \frac{1+\frac{1}{x}}{x+\ln x} dx$

$= \int_1^{e+1} \frac{1}{t} dt = [\ln t]_1^{e+1} = \ln(e+1)$

답 ①
35) [풀이]

함수 $g(x)$의 도함수는

$g'(x) = f'(e^x)e^x + e^x = e^x(f'(e^x)+1)$

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(0,\ g(0))$의 접선의 방정식은

$y = (f'(1)+1)x + f(1)+1$

이 직선은 $y=0$이므로

$f'(1) = -1$, $f(1) = -1$

함수 $g(x)$는 역함수를 가지므로

$g'(x) \ge 0 \Leftrightarrow f'(e^x) \ge -1$

$\Leftrightarrow f'(t) \ge -1$(단, $t=e^x$, $t>0$)

그런데 $f'(1) = -1$이므로 이차함수 $f'(x)$의 방정식은

$f'(x) = 3(x-1)^2 - 1$ ($\because$ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -1)$이다.)

$f(x) = \int f'(x)dx = (x-1)^3 - x + C$

(단, C는 적분상수)

$f(1)=-1+C=-1$, $C=0$

$\therefore\ f(x)+x=(x-1)^3$

$g(x)=(e^x-1)^3$, $g'(x)=3(e^x-1)^2e^x$

이제 $h(8)=a$로 두면

$g(a)=(e^a-1)^3=8$, $e^a=3$, $a=\ln 3$

$\therefore\ h'(8)=\dfrac{1}{g'(\ln 3)}=\dfrac{1}{3\times4\times3}=\dfrac{1}{36}$

답 ①

[참고]

다음과 같이 함수 $f(x)$의 방정식을 유도해도 좋다.

함수 $f(x)$의 방정식을

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

로 두면, 함수 $f(x)$의 도함수는

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

이므로

$f'(1)=3+2a+b=-1$,

$f(1)=1+a+b+c=-1$

위의 두 등식을 연립하면

$b=-2a-4$, $c=a+2$

함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=x^3+ax^2-(2a+4)x+a+2$

$e^x=t$(단, $t>0$)로 두자.

$g(x)=f(t)+t(=p(t))$

$p(t)=t^3+at^2-(2a+3)t+a+2$

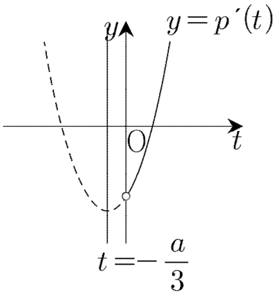
$p'(t)=3t^2+2at-2a-3$

이때, 함수 $p'(t)$의 y절편은 $-2a-3$이고, 대칭축은 $x=-\dfrac{a}{3}$이다.

- $a\geq 0$인 경우

함수 $p'(t)$의 y절편은 항상 음수이므로

함수 $p'(t)$의 그래프는



함수 $p(t)$는 구간 $(0,\ \infty)$에서 감소하다 증가하므로 일대일함수가 아니다.

• $a<0$인 경우

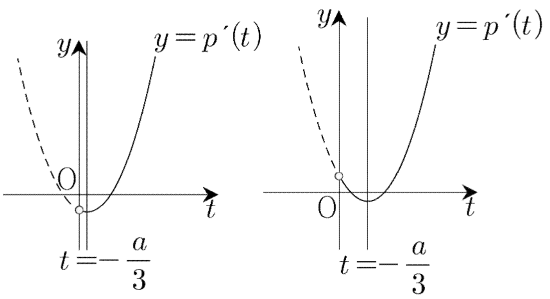
이차방정식 $p'(t)=0$의 판별식을 D라고 하면

$D/4=a^2-3(-2a-3)=(a+3)^2\geq 0$

(단, 등호는 $a=-3$일 때 성립한다.)

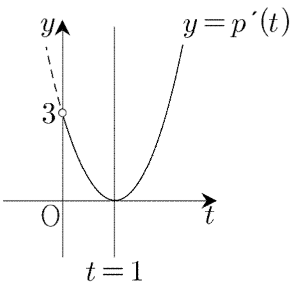
이차방정식 $p'(t)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖거나, 중근을 갖는다.

서로 다른 두 실근을 갖는 경우, 함수 $p'(t)$의 그래프는



$t>0$일 때, 함수 $p(t)$는 극값을 가지므로 일대일함수가 아니다.

중근을 갖는 경우, 함수 $p'(t)$의 그래프는



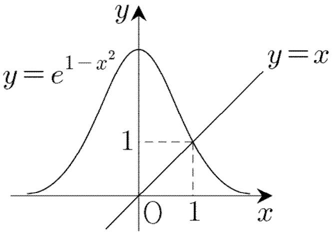
함수 $p(t)$는 증가함수이므로 일대일함수이다.

$\therefore\ a=-3,\ f(x)=x^3-3x^2+2x-1$

36) [풀이]

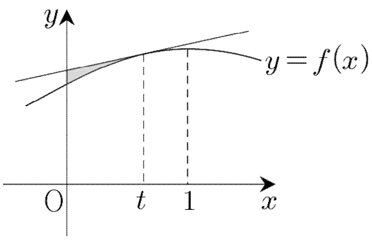
곡선 $y=e^{1-x^2}$과 직선 $y=x$의 유일한 교점의 x좌표는 1이다. (아래 그림)

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/



$x=1$의 좌우에서 $f'(x)$이 부호가 양(+)에서 음(−)으로 바뀌므로 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극댓값을 갖는다.

그리고 $f''(x)=-1-2x\times e^{1-x^2}<0$이므로
함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 위로 볼록이다.
함수 $f(x)$의 그래프는



곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 방정식은
$y=f'(t)(x-t)+f(t)$
함수 $g(t)$의 방정식은

$$g(t)=\int_0^t \{f'(t)(x-t)+f(t)-f(x)\}dx$$

$$=f'(t)\int_0^t xdx+\{-tf'(t)+f(t)\}\int_0^t dx$$

$$-\int_0^t f(x)dx$$

$$=-\frac{1}{2}t^2f'(t)+tf(t)-\int_0^t f(x)dx$$

이때, 부분적분법에 의하여

$$\int f(x)dx=xf(x)-\int xf'(x)dx$$

$$=xf(x)-\int(-x^2+xe^{1-x^2})dx$$

$$=xf(x)+\frac{1}{3}x^3-\int xe^{1-x^2}dx$$

$$=xf(x)+\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}e^{1-x^2}+C$$

(단, C는 적분상수)
이고,

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

$\int_0^t f(x)dx = \left[xf(x) + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}e^{1-x^2}\right]_0^t$

$= tf(t) + \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}e^{1-t^2} - \frac{e}{2}$

이므로

$g(t) = -\frac{1}{2}t^2 f'(t) + tf(t)$

$-tf(t) - \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}e^{1-t^2} + \frac{e}{2}$

$= \frac{1}{6}t^3 - \frac{1}{2}(1+t^2)e^{1-t^2} + \frac{e}{2}$

함수 $g(t)$의 도함수는

$g'(t) = \frac{1}{2}t^2 + t^3 e^{1-t^2}$

$\therefore\ g(1) + g'(1) = \frac{e}{2} - \frac{5}{6} + \frac{3}{2} = \frac{e}{2} + \frac{2}{3}$

답 ②

[참고]
다음과 같이 함수 $g(t)$의 방정식을 유도할 수도 있다.
함수 $g(t)$의 방정식은

$g(t) = \int_0^t \{f'(t)(x-t) + f(t) - f(x)\}dx$

$= f'(t)\int_0^t xdx + \{-tf'(t) + f(t)\}\int_0^t dx$

$-\int_0^t f(x)dx$

$= -\frac{1}{2}t^2 f'(t) + tf(t) - \int_0^t f(x)dx$

함수 $g(t)$의 도함수는

$g'(t) = -tf'(t) - \frac{1}{2}t^2 f''(t) + f(t) + tf'(t) - f(t)$

$= -\frac{1}{2}t^2 f''(t) = \frac{1}{2}t^2 + t^3 e^{1-t^2}$

$(\because f''(x) = -1 - 2x \times e^{1-x^2})$

$g(t) = \int g'(t)dt = \int \left(\frac{1}{2}t^2 + t^3 e^{1-t^2}\right)dt$

$= \frac{1}{6}t^3 + \int t^3 e^{1-t^2} dt$

(이때, $1-t^2 = x$로 두면 $-2tdt = dx$)

$=\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{2}\int(1-x)e^x dx$

$=\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{2}(1-x)e^x-\frac{1}{2}\int e^x dx$

$=\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{2}(1-x)e^x-\frac{1}{2}e^x+C$

$=\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{2}(1+t^2)e^{1-t^2}+C$

(단, C는 적분상수)

그런데 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$g(0)=\lim_{t\to 0+}g(t)=-\frac{e}{2}+C=0$, $C=\frac{e}{2}$

함수 $g(t)$의 방정식은

$g(t)=\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{2}(1+t^2)e^{1-t^2}+\frac{e}{2}$

37) [풀이]

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라고 하면

문제에서 주어진 두 등식을 연립하면

$\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|=10$, $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{10}{3}$

(이때, $a_1\neq 0$)

만약 $0\le r<1$이면

$\frac{|a_1|}{1-r}=10$, $\frac{a_1}{1-r}=\frac{10}{3}$

변변히 나누면

$\frac{|a_1|}{a_1}=3$

그런데 $\frac{|a_1|}{a_1}$이 가질 수 있는 값은 1 또는 -1이므로 이는 가정에 모순이다.

따라서 $-1<r<0$이다.

$\frac{|a_1|}{1-|r|}=\frac{|a_1|}{1+r}=10$, $\frac{a_1}{1-r}=\frac{10}{3}$

정리하면

$|a_1|=10(1+r)$, $a_1=\frac{10}{3}(1-r)>0$

그런데 a_1은 양수이므로

$10(1+r)=\frac{10}{3}(1-r)$, $r=-\frac{1}{2}$, $a_1=5$

일반항 a_n은

$a_n = 5\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

이므로

$(-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k}$

$= \boxed{(-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} 5\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{m}$

(이때, 두 변수 k, m은 서로 독립이다.)

$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$을 대입하여

상자 안의 수열을 쓰면

$(\boxed{-5},\ \frac{5}{2}),\ (\boxed{\frac{5}{2^2}},\ -\frac{5}{2^3}),\ (\boxed{-\frac{5}{2^4}},\ \frac{5}{2^5}),\ \cdots$

(위와 같이 군수열을 만들면 상자 안의 등비수열의 공비는 $-\frac{1}{4}$이다.)

이 수열의 첫째항부터 제$2n$항까지의 합을 S_{2n}이라고 하면

$\lim_{n\to\infty} S_{2n} = \frac{-5+\frac{5}{2}}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = -2$

이므로

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{2n}\left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k}\right)$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{m} \times \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{2n}\left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_k\right)$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{m} \times \lim_{n\to\infty} S_{2n} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{m-1} > \frac{1}{700}$

m이 짝수이면 위의 부등식은 성립하지 않는다.

(왜냐하면 좌변이 음수이기 때문이다.)

m이 홀수이면

$\left(-\frac{1}{2}\right)^{m-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1} > \frac{1}{700}$, 즉

$2^{m-1} < 700$

풀면

$m=1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9$

($\because m=11$이면 $2^{m-1}=2^{10}=1024>700$)

따라서 구하는 값은

$1+3+5+7+9=25$

답 25

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

38) [풀이]

(가): $f(0)=\sin b=0$,

$f(2\pi)=\sin(\boxed{2\pi a+b})=\boxed{2\pi a+b}$

곡선 $y=\sin x$과 직선 $y=x$의 교점은 $(0,\ 0)$뿐이므로

$2\pi a+b=0$, 즉 $b=-2\pi a$ 이때, $-4\pi\le b\le-2\pi$

순서쌍 $(a,\ b)$는

$(2,\ -4\pi)(\cdots$(경우1)$)$, $\left(\dfrac{3}{2},\ -3\pi\right)(\cdots$(경우2)$)$,

$(1,\ -2\pi)(\cdots$(경우3)$)$

(경우1):

$f(x)=\sin(2x-4\pi+\sin x)=\sin(2x+\sin x)$

$f'(x)=\cos(2x+\sin x)(2+\cos x)$

$f'(0)=f'(2\pi)=3$이므로 방정식 $f'(0)=f'(t)$의 실근 중에서는

$t=2\pi$도 있다. 이는 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(경우3):

$f(x)=\sin(x-2\pi+\sin x)=\sin(x+\sin x)$

$f'(x)=\cos(x+\sin x)(1+\cos x)$

$f'(0)=f'(2\pi)=2$이므로 방정식 $f'(0)=f'(t)$의 실근 중에서는

$t=2\pi$도 있다. 이는 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

따라서 $a=\dfrac{3}{2}$, $b=-3\pi$만이 가능하다.

함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=\sin\left(\dfrac{3}{2}x-3\pi+\sin x\right)=-\sin\left(\dfrac{3}{2}x+\sin x\right)$

함수 $f(x)$의 도함수는

$f'(x)=-\cos\left(\dfrac{3}{2}x+\sin x\right)\left(\dfrac{3}{2}+\cos x\right)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \cos\left(\dfrac{3}{2}x+\sin x\right)=0$

$(\because$ 모든 실수 x에 대하여 $\dfrac{3}{2}+\cos x>0)$

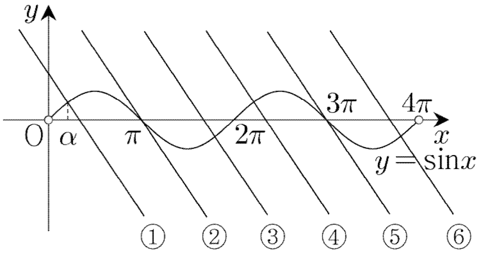
$\Leftrightarrow \sin x=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{k}{2}\pi$

(단, $k=1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11$)

아래 그림처럼 6개의 직선 $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{k}{2}\pi$을 각각

①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥이라고 하자.

2026 이동훈 기출 https://atom.ac/books/12829
오르비 https://orbi.kr/

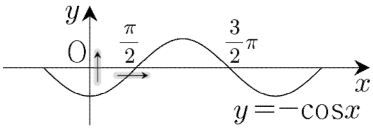


위의 그림처럼 곡선 $y=\sin x$와 직선 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{2}$(①)의 교점의 x좌표를 α라고 하자.

$x=\alpha$의 좌우에서

$\sin x-\left(-\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{2}\right)$의 부호가 음(−)에서 양(+)으로 바뀌므로

$\frac{3}{2}x+\sin x$는 $\frac{\pi}{2}-$에서 $\frac{\pi}{2}+$로 바뀐다.



그러므로 $x=\alpha$의 좌우에서

$$f'(x)=-\cos\left(\frac{3}{2}x+\sin x\right)\underbrace{\left(\frac{3}{2}+\cos x\right)}_{+}$$

의 부호는 음(−)에서 양(+)으로 바뀐다.
따라서 함수 $f(x)$는 $x=\alpha$에서 극솟값을 갖는다.
마찬가지의 방법으로
①, ③, ⑤의 경우 함수 $f(x)$는 극솟값을 갖고,
②, ④, ⑥의 경우 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.
따라서 $n=3$, $\alpha_1=\pi$이므로

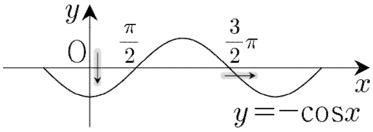
$$n\alpha_1-ab=3\pi+\frac{9}{2}\pi=\frac{15}{2}\pi$$

$\therefore\ p+q=17$
답 17

[참고]
$x=\pi$에서 함수 $f(x)$가 극댓값을 가짐을 보이자.
$x=\pi$의 좌우에서

$\sin x-\left(-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}\pi\right)$의 부호가 음(−)에서 양(+)으로 바뀌므로

$\frac{3}{2}x+\sin x$는 $\frac{3}{2}\pi-$에서 $\frac{3}{2}\pi+$로 바뀐다.



그러므로 $x=\alpha$의 좌우에서

$$f'(x)=-\cos\left(\frac{3}{2}x+\sin x\right)\underbrace{\left(\frac{3}{2}+\cos x\right)}_{+}$$

의 부호는 양(+)에서 음(−)으로 바뀐다.

따라서 함수 $f(x)$는 $x=\pi$에서 극댓값을 갖는다.

39) [풀이]

$\vec{a}+3\vec{b}=(k+3,\ 9)=(6,\ 9)$

$k+3=6$

$\therefore\ k=3$

답 ③

40) [풀이]

문제에서 주어진 포물선을 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동시키면

꼭짓점은 원점, 준선은 $x=-2$이다.

이때, 초점은 $(2,\ 0)$이다.

이 포물선의 방정식은

$y^2=8x$

이를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면

$y^2=8(x-1)$

이 곡선이 점 $(3,\ a)$를 지나므로

$a^2=16$

$\therefore\ a=4$

답 ④

41) [풀이]

선분 AB의 $3:2$내분점과 $3:2$외분점을 각각 P, Q라고 하면

(점 P의 x좌표)$=\dfrac{3\times(-4)+2\times a}{5}=0,\ a=6$

(점 P의 y좌표)$=\dfrac{3\times(-2)+2\times b}{5}=0,\ b=3$

(점 Q의 z좌표)$=\dfrac{3\times c-2\times 6}{3-2}=0,\ c=4$

$\therefore\ a+b+c=13$

답 ③

42) [풀이]

두 점 P, Q이 y좌표를 각각 $p,\ q$라고 하자.

점 P에서의 접선의 방정식은

$\frac{x}{2n}+py=1$, $\alpha=2n$

점 Q에서의 접선의 방정식은

$\frac{2}{n}x+\frac{q}{2}y=1$, $\beta=\frac{n}{2}$

$\alpha-\beta=\frac{3}{2}n$이므로

$6\leq\frac{3}{2}n\leq15$, 즉 $4\leq n\leq10$

모든 n의 개수는 $10-4+1=7$이다.

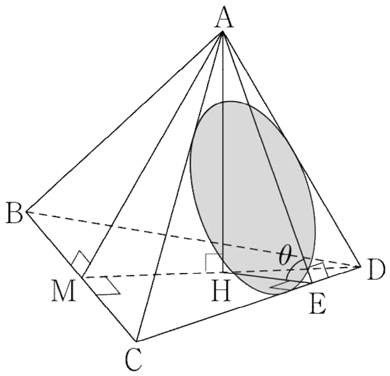
답 ①

43) [풀이]

점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H, 점 H에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 E라고 하자.

이때, 삼수선의 정리에 의하여

$\overline{AE}\perp\overline{CD}$



$\overline{BC}\perp$(평면AMD)이므로

$\overline{BC}\perp\overline{AM}$, $\overline{BC}\perp\overline{DM}$

그런데 점 M은 선분 BC의 중점이므로

삼각형 ABC는 이등변삼각형이다. 즉,

$\overline{AB}=\overline{AC}=6$

(그리고 두 이등변삼각형 ABC, DBC는 서로 합동이다.)

직각삼각형 ABM에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=4$

즉, 정삼각형 AMD의 한 변의 길이는 4이다.

정삼각형 AMD에서 점 H는 선분 DM의 중점이므로

$\overline{AH}=2\sqrt{3}$

서로 닮음인 두 직각삼각형 DCM, DHE에 대하여

$\overline{DC}:\overline{CM}=\overline{DH}:\overline{HE}$, 즉 $6:2\sqrt{5}=2:\overline{HE}$,

$\overline{HE}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$

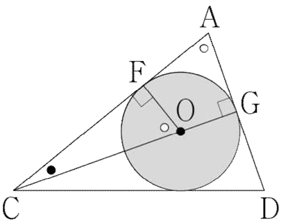
직각삼각형 AHE에서 피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{\mathrm{AE}}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$$

두 평면 ACD, BCD가 이루는 각의 크기를 θ라고 하면

$$\cos\theta=\frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}}{\frac{8\sqrt{2}}{3}}=\frac{\sqrt{10}}{8}$$

한편 삼각형 ACD에 내접하는 원의 중심을 O, 점 O에서 두 선분 AC, AD에 내린 수선의 발을 각각 F, G라고 하자. 그리고 이 원의 반지름의 길이를 r이라고 하자.



서로 닮음인 두 직각삼각형 CAG, COF에 대하여

$\overline{\mathrm{CA}}:\overline{\mathrm{AG}}=\overline{\mathrm{CO}}:\overline{\mathrm{OF}}$, 즉 $6:2=(4\sqrt{2}-r):r$,

$r=\sqrt{2}$

원의 넓이를 S, 정사영 된 도형의 넓이를 S'라고 하면

$$\therefore\ S'=S\times\cos\theta=2\pi\times\frac{\sqrt{10}}{8}=\frac{\sqrt{10}}{4}\pi$$

답 ①

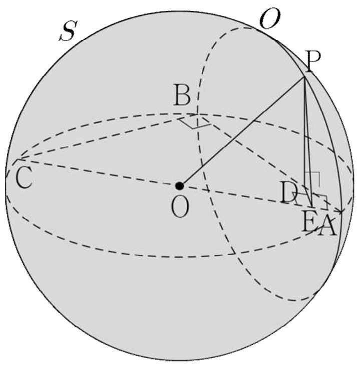
44) [풀이]

구 S의 중심을 O, 점 P에서 평면 ABC에 내린 수선의 발을 D, 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E라고 하자.

이때, 점 D는 선분 AB 위에 있다.

삼수선의 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{PE}}\perp\overline{\mathrm{AC}}$



직각삼각형 ABC에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

직각삼각형 POE에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{OE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $\overline{EA}=2$

서로 닮음인 두 직각삼각형 ABC, AED의

세 변의 길이의 비는 $5:4:3$이므로

$\overline{AD}:\overline{DE}:\overline{EA}=5:3:4$, $\overline{DE}=\frac{3}{2}$

직각삼각형 PDE에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{PD}=\sqrt{4^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{55}}{2}$

두 점 P, Q는 평면 ABC에 대하여 서로 대칭이므로

$\therefore\ \overline{PQ}=2\overline{PD}=2\times\frac{\sqrt{55}}{2}=\sqrt{55}$

답 ④

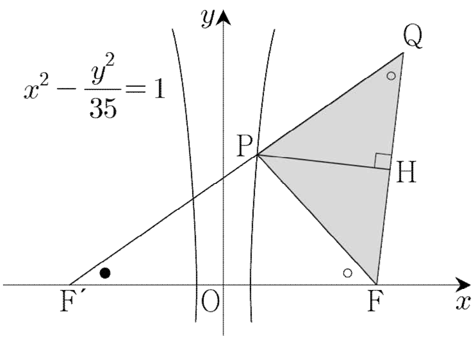
45) [풀이]

$c=\sqrt{1+35}=6$이므로 두 초점의 좌표는

$F(6,\ 0)$, $F'(-6,\ 0)$

$\overline{PQ}=t$로 두면, $\overline{PF}=t$이다.

점 P에서 선분 QF에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



쌍곡선의 정의에 의하여

$\overline{PF'}-\overline{PF}=2$, $\overline{PF'}=t+2$

서로 닮음인 두 삼각형 QF'F, FF'P에 대하여

$\overline{FF'}:\overline{F'P}=\overline{QF'}:\overline{F'F}$, 즉 $12:t+2=2t+2:12$,

$t=7$

$\overline{F'F}:\overline{FQ}=\overline{F'P}:\overline{PF}$, 즉 $12:\overline{FQ}=9:7$,

$\overline{FQ}=\frac{28}{3}$, $\overline{QH}=\frac{14}{3}$

직각삼각형 QPH에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{PH}=\sqrt{7^2-\left(\frac{14}{3}\right)^2}=\frac{7\sqrt{5}}{3}$

($\triangle$PFQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\frac{28}{3}\times\frac{7\sqrt{5}}{3}=\frac{98\sqrt{5}}{9}$

$\therefore\ p+q=107$

답 107

46) [풀이]

선분 BC의 중점을 O라고 하자.

(그리고 O$(0,\ 0)$, C$(2,\ 0)$, D$(2,\ 4)$가 되도록 좌표평면이 도입되었다고 하자.)

$\overrightarrow{XB}+\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OX}=-2\overrightarrow{OX}$

$(\because\ \overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0})$,

$\overrightarrow{XB}-\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{CB}$

을 문제에서 주어진 첫 번째 등식에 대입하면

$|2\overrightarrow{OX}|=|\overrightarrow{BC}|$, 즉 $|\overrightarrow{OX}|=2$

도형 S는 중심이 O이고, 반지름의 길이가 2인 원이다.

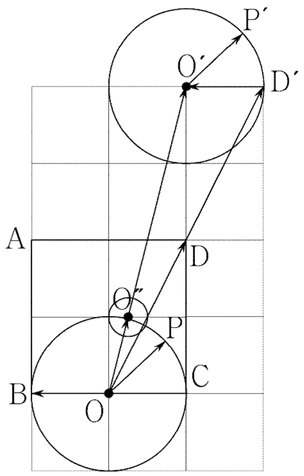
이제 문제에서 주어진 두 번째 등식을 정리하자.

$4\overrightarrow{OQ}-4\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP}+2\overrightarrow{OD}-2\overrightarrow{OP}$

$\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OP})$

이때, 위치벡터 $2\overrightarrow{OD}$의 종점을 D$'$라 하고,

$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{D'O'}$가 되도록 점 O$'$를 잡자. (아래 그림)



$\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OD'}+\overrightarrow{D'O'}=\overrightarrow{OO'}$

이므로 위치벡터 $\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{OP}$의 종점을 P$'$라고 하면

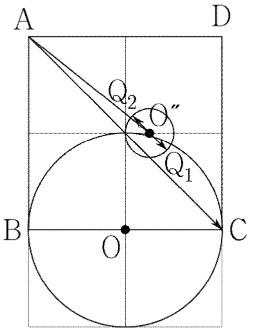
점 P$'$의 자취는 중심이 O$'$이고, 반지름의 길이가 2인 원($\cdots$(*))이다.

$\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{OP})=\frac{1}{4}(\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{O'P'})=\frac{1}{4}\overrightarrow{OP'}$

점 Q의 자취는 원(*)를 점 O을 중심으로 $\frac{1}{4}$만큼 축소한 것이다.

이 축소된 원의 중심을 O$''$라고 하면 O$''\left(\frac{1}{2},\ 2\right)$이고, 이 원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}$이다.

이래 그림처럼 점 O''를 지나고 직선 AC에 평행한 직선이 작은 원과 만나는 두 점을 Q_1, Q_2라고 하자.



$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ}$

$= \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AO''} + \overrightarrow{O''Q})$

$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AO''} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{O''Q}$

$= (4,\ -4) \cdot \left(\frac{5}{2},\ -2\right) + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{O''Q}$

$= 18 + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{O''Q}$

이때, 점 Q가 점 Q_1 위에 오면 내적은 최댓값 $18+2\sqrt{2}$를 갖고,

점 Q가 점 Q_2 위에 오면 내적은 최솟값 $18-2\sqrt{2}$를 갖는다.

$\therefore\ M \times m = 18^2 - 8 = 316$

답 316